

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Caracas, 15 de junio de 2013
Tercer Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

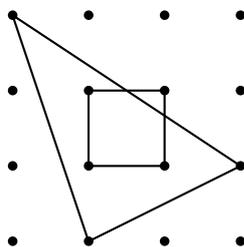
Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Digamos que un conjunto de enteros positivos menores que 2013 es *interesante* si todos sus elementos son compuestos y coprimos dos a dos. Por ejemplo el conjunto $\{8, 45, 77\}$ es interesante. Escriba un conjunto interesante con la mayor cantidad posible de elementos.

Nota: dos enteros positivos son *coprimos* si su máximo común divisor es 1.

Problema 2. Los puntos de la figura son los vértices de una cuadrícula, de modo que la distancia horizontal o vertical entre dos puntos consecutivos es 1 cm. ¿Cuál es el área del pentágono que resulta al intersectar el cuadrado con el triángulo?



Problema 3. Un farmacéuta desea preparar 24 cucharadas de una medicina que contenga las sustancias A, B y C por partes iguales. Dispone de un recipiente donde hay A y C mezclados por partes iguales; otro en el que hay A y B mezclados en la proporción 2 : 3 y un tercero en el que hay B y C mezclados en la proporción 1 : 2. ¿Cuántas cucharadas de cada recipiente debe usar para obtener la mezcla deseada?

Nota: las cantidades X e Y están en la proporción $a : b$ si $\frac{X}{Y} = \frac{a}{b}$.

Problema 4. Dos jugadores A y B juegan alternadamente, comenzando por A, a poner fichas en un tablero de 4×4 . Cada jugador, en su turno, elige una casilla vacía, coloca allí una ficha y se anota un número de puntos igual al de fichas ubicadas en casillas vecinas a la que seleccionó. Cuando se llena el tablero cada jugador suma sus puntos, y A se suma un punto adicional. El que obtenga más puntos gana, o empatan si quedan igualados. Muestre que uno de los dos jugadores tiene una estrategia que le permita ganar, juegue como juegue su adversario, y descríbalala.

Nota: Dos casillas son vecinas si son diferentes pero tienen al menos un vértice en común.