

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2015
CANGURO MATEMÁTICO
QUINTO AÑO



RESPONDE LA PRUEBA EN
LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA

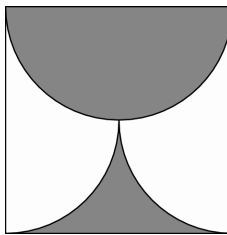
1. ¿Cuál de los números siguientes es el más próximo a $20,15 \times 51,02$?

- Ⓐ 100; Ⓑ 1000; Ⓒ 10000; Ⓓ 100000; Ⓔ 1000000.

2. María lavó la ropa y colgó varias blusas en línea en un tendedero. Luego Pedro colocó un pantalón entre cada par de blusas. Si en total hay 29 piezas de ropa en el tendedero, ¿cuántas blusas hay?

- Ⓐ 11; Ⓑ 13; Ⓒ 15; Ⓓ 14; Ⓔ 10.

3. La parte sombreada de un cuadrado de lado a está limitada por una semicircunferencia y dos cuartos de circunferencia. ¿Cuál es su área?

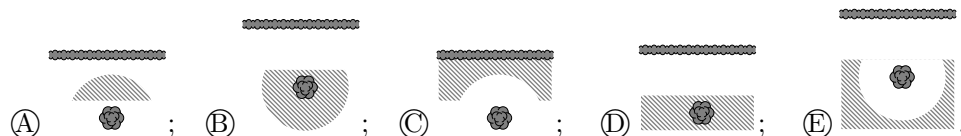


- Ⓐ $\frac{a^2}{2}$; Ⓑ $\frac{\pi a^2}{8}$; Ⓒ $\frac{\pi a^2}{2}$; Ⓓ $\frac{a^2}{4}$; Ⓔ $\frac{\pi a^2}{4}$.

4. Tres hermanas, Ana, Berta y Carmen, compraron una bolsa de 30 tequeños. Cada una recibió 10 tequeños. Sin embargo Ana pagó 80 Bs, Berta 50 Bs y Carmen 20 Bs. Si hubiesen dividido los tequeños en forma proporcional a lo que cada una aportó, ¿cuántos tequeños más hubiera recibido Ana?

- Ⓐ 10; Ⓑ 9; Ⓒ 8; Ⓓ 7; Ⓔ 6.

5. Un pirata desea desenterrar un tesoro que enterró en su jardín hace muchos años, pero sólo recuerda que lo enterró a por lo menos 5 m de la cerca, y a lo sumo a 5 m del tronco del roble. ¿Cuál de las siguientes figuras describe mejor la región en la cual el pirata debe buscar el tesoro?



6. ¿Cuál es el dígito de las unidades del número $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$?

(A) 1; (B) 7; (C) 5; (D) 9; (E) 6.

7. Hay 33 alumnos en una clase. A todos les gusta la matemática y/o la física. A tres alumnos les gustan ambas materias. Los alumnos a los que les gusta sólo la matemática son el doble de aquellos a los que les gusta sólo la física. ¿A cuántos alumnos les gusta la matemática?

(A) 15; (B) 18; (C) 20; (D) 22; (E) 23.

8. ¿Cuál de los números siguientes no es ni un cuadrado ni un cubo?

(A) 2^9 ; (B) 3^{10} ; (C) 4^{11} ; (D) 5^{12} ; (E) 6^{13} .

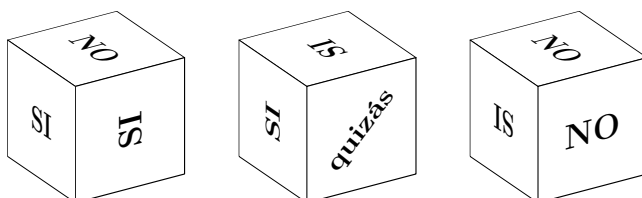
9. Juana compró 100 velas. Cada noche consume una vela, pero cuando tiene restos de 7 velas los combina para fabricar una nueva. ¿Para cuántas noches le alcanzarán las velas que compró?

(A) 112; (B) 114; (C) 115; (D) 116; (E) 117.

10. El número de ángulos rectos en un pentágono convexo es n . ¿Cuál es la lista completa de valores posibles de n ?

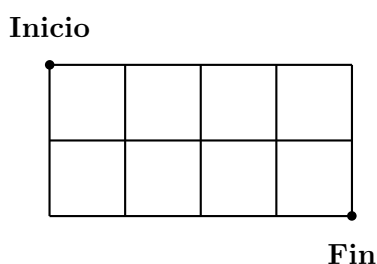
(A) 0, 1, 2, 3; (B) 1, 2, 3; (C) 1, 2; (D) 0, 1, 2; (E) 0, 1, 2, 3, 4.

11. Para tomar decisiones, Juan utiliza un dado que en cada cara tiene escrita una de las palabras SI, NO y quizás. La figura siguiente muestra el dado en tres diferentes posiciones. ¿Cuál es la probabilidad de obtener SI con ese dado?



- Ⓐ $\frac{1}{3}$; Ⓑ $\frac{1}{2}$; Ⓒ $\frac{5}{9}$; Ⓓ $\frac{2}{3}$; Ⓔ $\frac{5}{6}$.

12. El lado de cada cuadradito mide 1. ¿Cuál es la mínima longitud posible de un trayecto desde Inicio hasta Fin, si sólo se puede ir por los lados o por las diagonales de los cuadraditos?



- Ⓐ $2\sqrt{5}$; Ⓑ $\sqrt{10} + \sqrt{2}$; Ⓒ $2 + 2\sqrt{2}$; Ⓓ $4\sqrt{2}$; Ⓔ 6.

13. Cada habitante del planeta Orejón tiene al menos dos orejas. Un día se encontraron tres amigos: Imi, Dimi y Trimi. Imi dijo: “Yo veo 8 orejas”. Dimi dijo: “Yo veo 7 orejas”. Y Trimi dijo: “Yo veo 5 orejas”. Si todos dijeron la verdad y ninguno puede ver sus propias orejas, ¿cuántas orejas tiene Trimi?

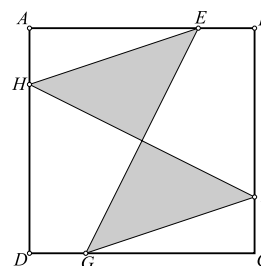
- Ⓐ 2; Ⓑ 4; Ⓒ 5; Ⓓ 6; Ⓔ 7.

14. Un recipiente tiene forma de prisma recto y su base es un cuadrado de 10 cm de lado. El recipiente se llena de agua hasta una altura de h cm. Un cubo sólido de metal de 2 cm de lado se coloca dentro del recipiente. ¿Cuál es el menor valor de h para el cual el cubo queda sumergido por completo?

- Ⓐ 1.92 cm; Ⓑ 1.93 cm; Ⓒ 1.91 cm; Ⓓ 1.94 cm; Ⓔ 1.90 cm.

15. El cuadrado $ABCD$ tiene área 80. Los puntos E , F , G y H están en los lados del cuadrado y $AE = BF = CG = DH$. Si $AE = 3EB$, ¿cuál es el área de la región sombreada?

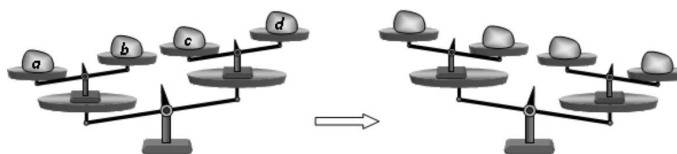
- (A) 20; (B) 40; (C) 30; (D) 35; (E) 25.



16. El producto de las edades de un padre y su hijo es 2015. ¿Cuál es la diferencia entre sus edades?

- (A) 29; (B) 26; (C) 34; (D) 31; (E) 36.

17. Cuatro pesas a , b , c , d se colocan en una balanza de platillos (vea la figura de la izquierda). Luego se intercambian dos de las pesas, y la balanza cambia como se ve en la figura de la derecha. ¿Cuáles pesas fueron intercambiadas?



- (A) a y b ; (B) b y d ; (C) b y c ; (D) a y d ; (E) a y c .

18. Las dos raíces de la ecuación $x^2 - 85x + c = 0$ son números primos. ¿Cuál es el valor de la suma de los dígitos de c ?

- (A) 12; (B) 13; (C) 14; (D) 15; (E) 21.

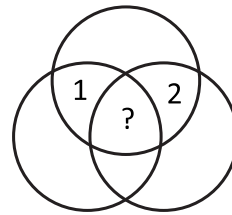
19. ¿Cuántos enteros positivos de tres dígitos hay tales que cualquier par de dígitos consecutivos difieren en tres unidades?

- (A) 20; (B) 16; (C) 12; (D) 14; (E) 27.

20. ¿Cuál de los siguientes valores de n muestra que la afirmación «Si n es primo entonces exactamente uno de los números $n - 2$ y $n + 2$ es primo» es falsa?

- (A) $n = 11$; (B) $n = 37$; (C) $n = 19$; (D) $n = 29$; (E) $n = 21$.

21. La figura muestra tres circunferencias que determinan siete regiones. Mirna quiere escribir un número en cada región, de manera que cada número sea igual a la suma de los números en las regiones vecinas a la que él ocupa (dos regiones son vecinas si sus fronteras tienen más de un punto común). Mirna ya ha escrito dos números. ¿Qué número debe escribir en la región central?



(A) -6 ; (B) 6 ; (C) -3 ; (D) 3 ; (E) 0 .

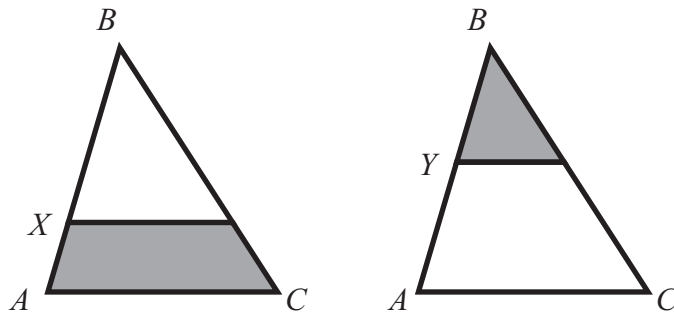
22. Petra tiene tres diccionarios diferentes y dos novelas diferentes en un estante. ¿De cuántas maneras puede ordenar los libros en el estante si ella quiere que los diccionarios permanezcan juntos y también que las novelas permanezcan juntas?

(A) 12 ; (B) 30 ; (C) 24 ; (D) 120 ; (E) 60 .

23. ¿Cuántos números de dos dígitos pueden ser escritos como la suma de exactamente seis potencias de 2 diferentes (una de ellas puede ser $2^0 = 1$)?

(A) 0 ; (B) 4 ; (C) 3 ; (D) 2 ; (E) 1 .

24. Las figuras muestran un triángulo ABC en el cual se han trazado paralelas a la base AC por dos puntos diferentes, X e Y . Las áreas sombreadas son iguales. Si $\frac{BX}{XA} = 4$, ¿cuál es el valor de la razón $\frac{BY}{YA}$?



(A) $\frac{3}{2}$; (B) $\frac{4}{3}$; (C) 3 ; (D) 2 ; (E) 1 .

25. En un triángulo rectángulo, la bisectriz de uno de los ángulos agudos divide al lado opuesto en segmentos de longitud 1 y 2. ¿Cuánto mide esa bisectriz?

- Ⓐ $\sqrt{2}$; Ⓑ $\sqrt{3}$; Ⓒ $\sqrt{4}$; Ⓓ $\sqrt{5}$; Ⓔ $\sqrt{6}$.

26. Denotemos mediante \overline{ab} al número de dos dígitos con dígitos a y b . ¿De cuántas maneras se pueden escoger tres dígitos diferentes no nulos a , b y c de modo que $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$?

- Ⓐ 84; Ⓑ 96; Ⓒ 125; Ⓓ 201; Ⓔ 502.

27. Juan eliminó uno de los números de la lista $1, 2, 3, \dots, n-1, n$. El promedio de los números que quedaron es 4,75. ¿Qué número eliminó?

- Ⓐ 5; Ⓑ 7; Ⓒ 8; Ⓓ 9; Ⓔ No se puede determinar.

28. Una hormiga parte de un vértice de un cubo de lado 1 y desea recorrer cada arista del cubo al menos una vez, y regresar al vértice inicial. ¿Cuál es la mínima longitud posible de su trayecto?

- Ⓐ 12; Ⓑ 14; Ⓒ 15; Ⓓ 16; Ⓔ 20.

29. Se escriben diez números enteros diferentes. Todos los números que sean iguales al producto de los otros nueve se subrayan. ¿Cuántos números se pueden subrayar, como máximo?

- Ⓐ 10; Ⓑ 9; Ⓒ 3; Ⓓ 2; Ⓔ 1.

30. En una recta se marcan varios puntos, y se consideran todos los segmentos que tienen a dos de esos puntos como extremos. Uno de los puntos marcados pertenece al interior de 80 de esos segmentos. Otro pertenece al interior de 90 segmentos. ¿Cuántos son los puntos marcados?

- Ⓐ 80; Ⓑ 20; Ⓒ 90; Ⓓ 22; Ⓔ No se puede determinar.