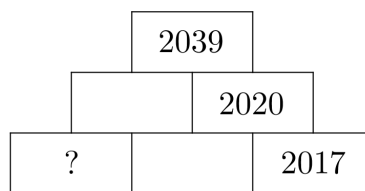


OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2017
CANGURO MATEMÁTICO
CUARTO AÑO



RESPONDE LA PRUEBA EN
LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA

1. En este diagrama cada número es la suma de los dos números que están debajo de él. ¿Qué número debe ir en la casilla marcada con el signo de interrogación?



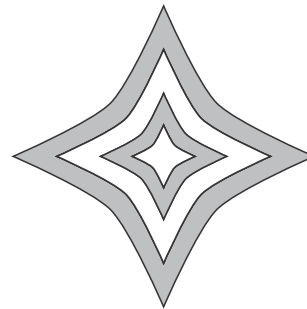
(A) 15; (B) 16; (C) 17; (D) 18; (E) 19.

2. Pedro escribió la palabra CANGURO en una placa de vidrio transparente. así: **CANGURO**. ¿Qué verá si voltea la placa alrededor de su borde derecho y luego la gira media vuelta alrededor de su centro?

(A) **CVANGURQ**; (B) **CVANGURQ**; (C) **CVANGURQ**; (D) **CANGURO**; (E) **QURGNAC**.

3. Angela hizo una decoración con estrellas grises y blancas superpuestas. Las áreas de las estrellas son 1 cm^2 , 4 cm^2 , 9 cm^2 y 16 cm^2 . ¿Cuál es el área total de la región gris visible?

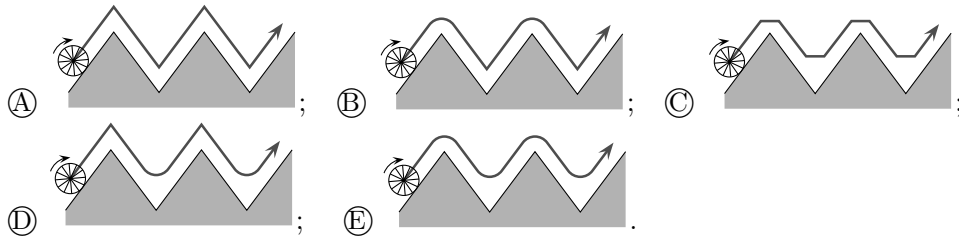
(A) 12 cm^2 ; (B) 13 cm^2 ; (C) 9 cm^2 ; (D) 11 cm^2 ;
(E) 10 cm^2 .



4. María tiene 24 monedas. Cada una de sus tres hermanas tiene 12 monedas. ¿Cuántas monedas debe darle María a cada una de sus hermanas para que las cuatro tengan la misma cantidad?

(A) 2; (B) 1; (C) 4; (D) 3; (E) 6.

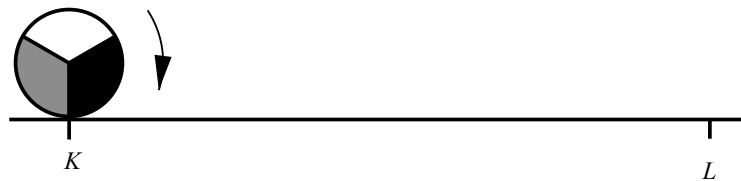
5. ¿Cuál de las siguientes figuras muestra la trayectoria del punto medio de la rueda cuando ésta recorre la curva en zig-zag que se muestra?



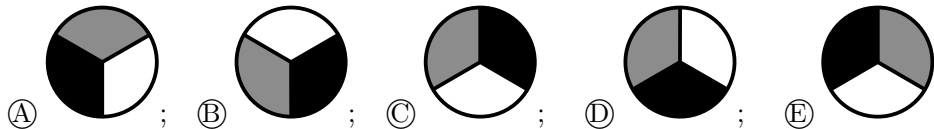
6. Varias muchachas hicieron una ronda. Antonia era la quinta a la izquierda de Bianca y la octava a la derecha de Bianca. ¿Cuántas muchachas había en el grupo?

- (A) 13; (B) 15; (C) 11; (D) 14; (E) 12.

7. Un disco circular de radio 1 rueda sobre una recta desde el punto K hasta el punto L , siendo $\overline{KL} = 11\pi$ (ver figura).



¿Cómo se ve el disco en su posición final en L ?



8. Martín juega ajedrez. Esta temporada ha jugado 15 partidas, de las cuales ha ganado 9. Aún le quedan 5 partidas por jugar. Si gana las 5, ¿cuál será su porcentaje de éxitos?

- (A) 60%; (B) 65%; (C) 70%; (D) 75%; (E) 80%.

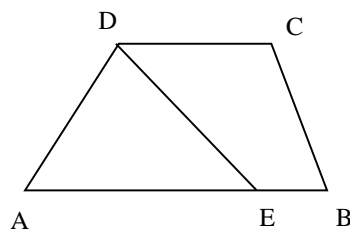
9. La octava parte de los invitados a una boda eran niños. Tres séptimos de los invitados adultos eran hombres. ¿Qué fracción de los invitados eran mujeres adultas?

- (A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{1}{5}$; (D) $\frac{3}{7}$; (E) $\frac{1}{7}$.

10. Mi profesor de matemática tiene una caja con botones de colores. En la caja hay 203 botones rojos, 117 blancos y 28 azules. Los alumnos hacen una fila y van tomando un botón cada uno, sin mirar. ¿Al menos cuántos alumnos deben haber tomado un botón, para poder asegurar que al menos tres botones de un mismo color han sido extraídos de la caja?

- (A) 7; (B) 6; (C) 3; (D) 28; (E) 203.

11. Un trapecio $ABCD$ tiene bases AB paralela a CD , con $\overline{AB} = 50$ y $\overline{CD} = 20$. E es un punto en AB con la propiedad de que el segmento DE divide al trapecio en dos partes de igual área (ver figura). Calcule la longitud \overline{AE} .

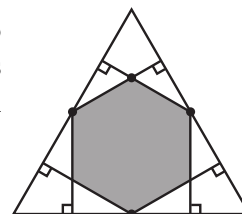


- (A) 25; (B) 45; (C) 30; (D) 40; (E) 35.

12. ¿Cuántos números naturales A tienen la propiedad de que uno y sólo uno de los números A y $A + 20$ tiene 4 dígitos?

- (A) 40; (B) 39; (C) 38; (D) 20; (E) 19.

13. Desde los puntos medios de los lados de un triángulo equilátero se trazan perpendiculares a los otros dos lados (ver figura). ¿Qué fracción del área del triángulo inicial queda cubierta por el hexágono resultante?



- (A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{2}{5}$; (C) $\frac{4}{9}$; (D) $\frac{1}{2}$; (E) $\frac{2}{3}$.

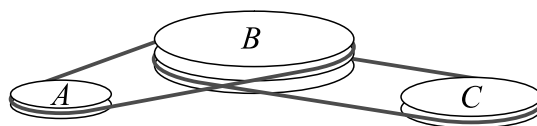
14. La suma de los cuadrados de tres enteros positivos consecutivos es 770. ¿Cuál es el mayor de esos enteros?

- (A) 15; (B) 16; (C) 17; (D) 18; (E) 19.

15. Tycho desea preparar un programa de entrenamiento para los próximos meses. Él desea entrenar tres días a la semana, que sean los mismos cada semana, pero no quiere entrenar dos días consecutivos. ¿Cuántos programas posibles tiene para escoger?

- (A) 10; (B) 35; (C) 6; (D) 9; (E) 7.

16. Un sistema de correas tiene tres ruedas A , B y C , que giran sin deslizar. B da 4 vueltas completas mientras A da 5 vueltas completas, y C da 7 vueltas completas mientras B da 6 vueltas completas.



Sabiendo que el perímetro de C es 30 cm, halle el perímetro de A .

- (A) 27 cm; (B) 31 cm; (C) 29 cm; (D) 30 cm; (E) 28 cm.

17. Cuatro hermanos tienen alturas diferentes. Tobías es más bajo que Víctor en la misma cantidad de centímetros en que él es más alto que Peter. Oscar es más bajo que Peter también en esa misma cantidad de centímetros. Tobías mide 184 cm y la altura promedio de los cuatro hermanos es 178 cm. ¿Cuánto mide Oscar?

- (A) 160 cm; (B) 166 cm; (C) 172 cm; (D) 184 cm; (E) 190 cm.

18. Durante nuestras vacaciones llovió 7 veces. Si llovía en la mañana, estaba soleado en la tarde, y si llovía en la tarde, estaba soleado en la mañana. Hubo 5 mañanas soleadas y 6 tardes soleadas. ¿Cuántos días, como mínimo, duraron nuestras vacaciones?

- (A) 11; (B) 9; (C) 10; (D) 7; (E) 8.

19. Jenny decidió escribir números en cada casilla de un tablero de 3×3 de modo que las sumas en cada uno de los cuatro cuadrados 2×2 sea la misma. En tres esquinas ya escribió tres números como muestra la figura. ¿Qué número debe escribir en la cuarta esquina marcada con “?”?

3		1
2		?

- (A) 5; (B) 0; (C) 4; (D) 1; (E) imposible determinarlo.

20. Siete números naturales a , b , c , d , e , f y g se escriben en fila. La suma de todos ellos es 2017, y cualquier par de números vecinos difieren en 1 o en -1 . ¿Cuál de los números puede ser igual a 286?

- (A) sólo b o f ; (B) sólo c o e ; (C) sólo d ; (D) sólo a o g ; (E) cualquiera.

21. Las edades de cuatro niños son enteros diferentes menores que 18. Si el producto de sus edades es 882, ¿cuál es la suma de sus edades?

- Ⓐ 33; Ⓑ 25; Ⓒ 31; Ⓓ 23; Ⓔ 27.

22. En las caras de un dado aparecen los números -3 , -2 , -1 , 0 , 1 y 2 . Si el dado se lanza dos veces y los resultados se multiplican, ¿cuál es la probabilidad de que el producto sea negativo?

- Ⓐ $\frac{1}{2}$; Ⓑ $\frac{1}{4}$; Ⓒ $\frac{11}{36}$; Ⓓ $\frac{1}{3}$; Ⓔ $\frac{13}{36}$.

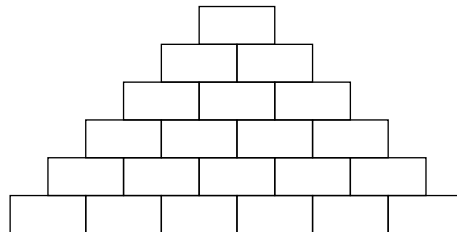
23. Un número de dos dígitos tiene dígitos a y b . Repitiendo este par de dígitos tres veces se obtiene un número de seis dígitos. Este nuevo número es siempre divisible entre:

- Ⓐ 2; Ⓑ 5; Ⓒ 7; Ⓓ 9; Ⓔ 11.

24. Mi amigo desea usar una clave especial de siete dígitos. Cada dígito debe aparecer en la clave tantas veces como indica su valor, y los dígitos iguales deben ser consecutivos. Por ejemplo 4444333 o 1666666. ¿Cuántas claves hay que cumplan las condiciones exigidas?

- Ⓐ 13; Ⓑ 12; Ⓒ 10; Ⓓ 7; Ⓔ 6.

25. Paul escribió un número natural en cada casilla del diagrama, de modo que cada número es la suma de los dos números que están inmediatamente debajo de él. ¿A lo sumo cuántos números impares escribió Paul?



- Ⓐ 13; Ⓑ 14; Ⓒ 15; Ⓓ 16; Ⓔ 17.

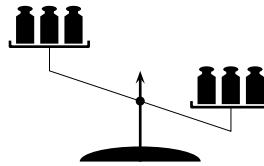
26. Liza sumó las medidas de los ángulos de un polígono convexo, pero olvidó sumar uno de ellos. Si obtuvo como resultado 2017° , ¿cuánto medía el ángulo que olvidó sumar?

- Ⓐ 127° ; Ⓑ 53° ; Ⓒ 143° ; Ⓓ 37° ; Ⓔ 97° .

27. Hay 30 personas dispuestas en círculo, todos mirando hacia el centro. A la voz de “Girar” algunos giran un cuarto de vuelta hacia su izquierda, y los demás un cuarto de vuelta hacia su derecha. Las personas que quedan enfrentadas dicen “Hola”. Hubo 10 personas en esa situación. Luego a la voz de “Voltear” todos dan media vuelta. De nuevo, aquellos que quedan enfrentados dicen “Hola”. ¿Cuántas personas dijeron “Hola” en esta segunda ocasión?

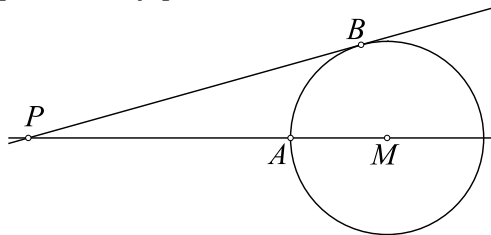
- (A) 20; (B) 8; (C) 15; (D) 10; (E) imposible determinarlo.

28. En una balanza de platillos se colocan al azar tres pesas diferentes en cada platillo. El resultado se muestra en la figura. Las pesas son de 101, 102, 103, 104, 105 y 106 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que la pesa de 106 gramos esté en el platillo más pesado (o sea en el de la derecha)?



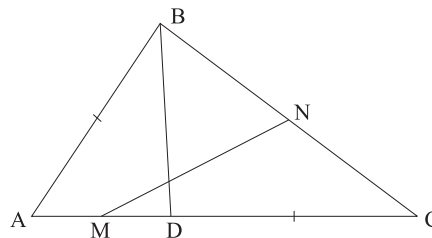
- (A) 75%; (B) 100%; (C) 90%; (D) 95%; (E) 80%.

29. A y B son puntos de la circunferencia con centro M . PB es tangente a la circunferencia en B . Las distancias \overline{PA} y \overline{MB} son enteras, y $\overline{PB} = \overline{PA} + 6$. ¿Cuántos valores posibles hay para \overline{MB} ?



- (A) 0; (B) 2; (C) 4; (D) 6; (E) 8.

30. El punto D se escoge en el lado AC del triángulo ABC de modo que $\overline{DC} = \overline{AB}$. Si M y N son los puntos medios de los segmentos AD y BC , respectivamente, y $\angle NMC = \alpha$, entonces $\angle BAC$ es igual a:



- (A) 2α ; (B) $90^\circ - \alpha$; (C) $45^\circ + \alpha$; (D) $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$; (E) 60° .