

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Valencia, 2 de junio de 2012
Primer Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

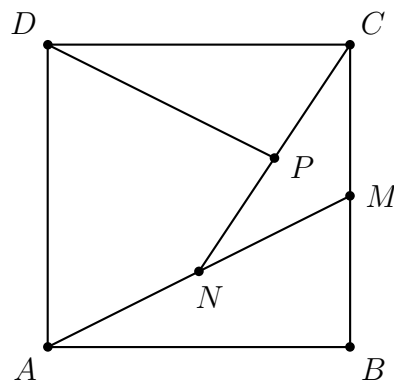
Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 4 horas

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Un dígito k es un *unidivi* de un número natural n si k es la cifra de las unidades de algún divisor de n . Por ejemplo, los divisores de 50 son 1, 2, 5, 10, 25 y 50, por lo tanto sus unidivis son 0, 1, 2 y 5. Halle el menor número natural que tenga 10 unidivis.

Problema 2. El lado del cuadrado $ABCD$ mide 4 cm. M es el punto medio de BC , N es el punto medio de AM y P es el punto medio de NC . Calcule el área del cuadrilátero $ANPD$.



Problema 3. (a) ¿Es posible repartir los números $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$ y 7^2 en dos grupos, de manera que la suma de los números de cada grupo sea la misma?

(b) ¿Y para los números $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2$ y 9^2 ?

Problema 4. Una calculadora tiene dos teclas especiales A y B. La tecla A transforma el número x que esté en la pantalla en $\frac{1}{x}$. La tecla B transforma el número x que esté en la pantalla en $1 - x$. Diego comenzó a pulsar las teclas A, B, A, B, ... en forma alternada. Luego de realizar 2012 pulsaciones, en la pantalla quedó el número 0,875. ¿Qué número estaba inicialmente en la pantalla?