

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA  
Prueba Nacional — Valencia, 2 de junio de 2012  
Segundo Año

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ N° de Cédula: \_\_\_\_\_

Teléfono(s): \_\_\_\_\_ Dirección de correo electrónico: \_\_\_\_\_

Instituto: \_\_\_\_\_ Ciudad: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 \_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_ Total: \_\_\_\_\_

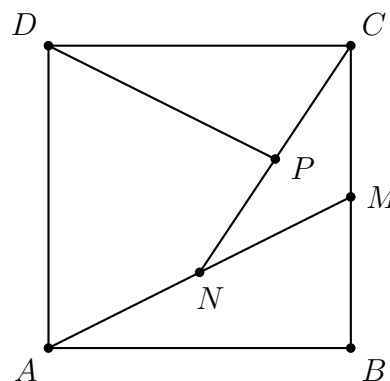
Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 4 horas

Valor de cada problema: 7 puntos

**Problema 1.** Laura escribió un número natural  $N$  menor que 275, formado por tres dígitos cuya suma es 16. Ordenando los tres dígitos de todas las maneras posibles obtuvo seis números, de los cuales observó que sólo uno era un cuadrado perfecto. ¿Qué número escribió Laura?

**Problema 2.** El lado del cuadrado  $ABCD$  mide 4 cm.  $M$  es el punto medio de  $BC$ ,  $N$  es el punto medio de  $AM$  y  $P$  es el punto medio de  $NC$ . Calcule el área del cuadrilátero  $ANPD$ .



**Problema 3.** Una calculadora tiene dos teclas especiales A y B. La tecla A transforma el número  $x$  que esté en la pantalla en  $\frac{1}{x}$ . La tecla B transforma el número  $x$  que esté en la pantalla en  $1 - x$ . Diego comenzó a pulsar las teclas A, B, A, B, ... en forma alternada. Luego de realizar 2012 pulsaciones, en la pantalla quedó el número 0,875. ¿Qué número estaba inicialmente en la pantalla?

**Problema 4.** Rafael construye una larga fila de dados normales, pegando dos caras juntas sólo si ambas tienen el mismo número de puntos. ¿Será posible que la suma de puntos de todas las caras exteriores de los dados sumen 2012?

**Nota:** Un dado es *normal* si los puntos en cada par de caras opuestas suman 7.

