



OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA  
Prueba Nacional — Valencia, 2 de junio de 2012  
Tercer Año

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ N° de Cédula: \_\_\_\_\_

Teléfono(s): \_\_\_\_\_ Dirección de correo electrónico: \_\_\_\_\_

Instituto: \_\_\_\_\_ Ciudad: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 \_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_ Total: \_\_\_\_\_

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 4 horas

Valor de cada problema: 7 puntos

**Problema 1.** Laura escribió un número natural  $N$  menor que 275, formado por tres dígitos cuya suma es 16. Ordenando los tres dígitos de todas las maneras posibles obtuvo seis números, de los cuales observó que sólo uno era un cuadrado perfecto. ¿Qué número escribió Laura?

**Problema 2.** Se tienen siete segmentos de longitudes diferentes. La longitud de cada uno de ellos es un número entero de centímetros, y el más corto mide 1 cm. Se sabe que no es posible escoger tres de ellos que permitan formar un triángulo. ¿Cuál es la mínima longitud posible del segmento más largo?

**Problema 3.** Encuentre todos los pares  $(a, b)$  de números reales con  $a + b = 1$ , para los cuales se satisface la igualdad  $(a^2 + b^2)(a^3 + b^3) = a^4 + b^4$ .

**Problema 4.** Rafael construye una larga fila de dados normales, pegando dos caras juntas sólo si ambas tienen el mismo número de puntos. ¿Será posible que la suma de puntos de todas las caras exteriores de los dados sumen 2012?

**Nota:** Un dado es *normal* si los puntos en cada par de caras opuestas suman 7.

