

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA  
Prueba Nacional — Caracas, 15 de junio de 2013  
Segundo Año

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ N° de Cédula: \_\_\_\_\_

Teléfono(s): \_\_\_\_\_ Dirección de correo electrónico: \_\_\_\_\_

Instituto: \_\_\_\_\_ Ciudad: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 \_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_ Total: \_\_\_\_\_

Todas las respuestas deben justificarse.

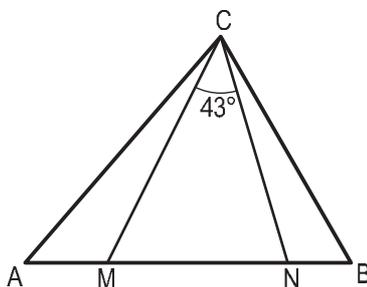
Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

**Problema 1.** En una carrera de 50 metros, si Daniel le da 4 metros de ventaja a Gerardo, ambos llegan juntos a la meta. En una carrera de 200 metros, si Gerardo le da 15 metros de ventaja a Marcelo, ambos llegan juntos a la meta. ¿Cuántos metros de ventaja deberá darle Daniel a Marcelo para llegar juntos a la meta en una carrera de 1000 metros?

Nota: Los tres atletas corren a velocidades constantes.

**Problema 2.** En el triángulo  $ABC$  los puntos  $M$  y  $N$  en el lado  $AB$  son tales que  $AN = AC$  y  $BM = BC$ . Sabiendo que  $\angle MCN = 43^\circ$ , halle  $\angle ACB$ .



**Problema 3.** Digamos que un conjunto de enteros positivos menores que 2013 es *interesante* si todos sus elementos son compuestos y coprimos dos a dos. Por ejemplo el conjunto  $\{8, 45, 77\}$  es interesante. Escriba un conjunto interesante con la mayor cantidad posible de elementos.

Nota: dos enteros positivos son *coprimos* si su máximo común divisor es 1.

**Problema 4.** Dos jugadores A y B juegan alternadamente, comenzando por A, a poner fichas en un tablero de  $4 \times 4$ . Cada jugador, en su turno, elige una casilla vacía, coloca allí una ficha y se anota un número de puntos igual al de fichas ubicadas en casillas vecinas a la que seleccionó. Cuando se llena el tablero cada jugador suma sus puntos, y A se suma tres puntos adicionales. El que obtenga más puntos gana, o empatan si quedan igualados. Muestre que uno de los dos jugadores tiene una estrategia que le permite ganar, juegue como juegue su adversario, y descríbalas.

Nota: Dos casillas son vecinas si son diferentes pero tienen al menos un vértice en común.