



OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Caracas, 21 de junio de 2014
Tercer Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. A cada fila de un tablero de 3×3 Juan le ha asociado un número (a , b , c en la figura). Igualmente a cada columna le ha asociado un número (d , e , f). En cada casilla Claudia debe escribir la suma de los números correspondientes a su fila y su columna, por ejemplo en la casilla superior izquierda debe escribir el valor de la suma $a + d$. El problema es que Claudia no conoce los números a , b , c , d , e y f . Pero Juan, como pista, ha escrito algunos de los números que van en el tablero. ¿Podrá Claudia completar los que faltan? En caso afirmativo, explique cómo.

| | d | e | f |
|-----|-----|-----|-----|
| a | 6 | | 13 |
| b | | | 14 |
| c | 9 | 12 | |

Problema 2. Halle dos enteros positivos diferentes cuyo producto sea igual a 13 veces su suma.

Problema 3. Las diagonales AC y BD de un cuadrilátero $ABCD$ se cortan en un punto interior E . El área del triángulo ABE mide 6 cm^2 , la del triángulo CDE mide también 6 cm^2 y la del triángulo BCE mide 12 cm^2 .

(a) Pruebe que el cuadrilátero $ABCD$ es un trapecio.

(b) ¿Cuánto mide el área del cuadrilátero $ABCD$?

Problema 4. En una isla mágica hay leones, lobos y chivos. Los lobos pueden comer chivos y los leones pueden comer tanto lobos como chivos. Pero si un león se come un lobo, el león se convierte en chivo. Igualmente si un lobo come un chivo, el lobo se convierte en león. Y si un león come un chivo, el león se convierte en lobo. Inicialmente en la isla hay 17 chivos, 55 lobos y 6 leones. Si comienzan a comerse hasta que ya no sea posible comer más, ¿cuál es el máximo número de animales que pueden quedar vivos?