

**OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA**  
**Prueba Nacional — Valencia, 13 de junio de 2015**  
**Tercer Año**

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ N° de Cédula: \_\_\_\_\_  
Teléfono(s): \_\_\_\_\_ Dirección de correo electrónico: \_\_\_\_\_  
Instituto: \_\_\_\_\_ Ciudad: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_  
(No escriba en esta línea) Puntos: 1 \_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_ Total: \_\_\_\_\_

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

**Problema 1.** Halle la suma de todos los dígitos del número  $10^{2015} - 2015$ .

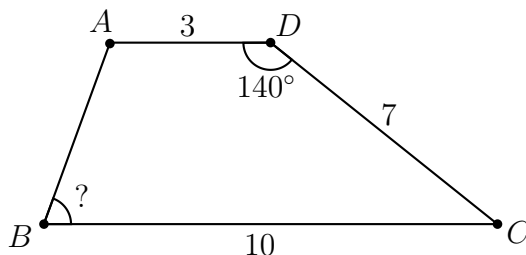
**Problema 2.** Cinco niños de edades diferentes tienen 9 caramelos para repartirse, y acuerdan hacerlo de la siguiente manera: El mayor de ellos efectuará una propuesta de reparto, que será sometida a votación. Si obtiene el apoyo de al menos la mitad de los niños presentes (incluido el proponente), será aceptada y asunto concluido. Si es rechazada, el proponente es eliminado del grupo y le tocará el turno de proponer al mayor de los que queden, repitiéndose el proceso descrito. Cada vez que una propuesta no obtenga el apoyo de al menos la mitad de los presentes, el proponente es eliminado y el turno pasa al mayor de los niños que queden. ¿Cómo se repartirán los caramelos?

Notas: 1) Los caramelos son indivisibles.

2) Cada niño basa sus decisiones exclusivamente en su provecho personal.

3) Si aceptar o rechazar una propuesta les rinde el mismo beneficio, optan por rechazarla para tratar de eliminar al proponente.

**Problema 3.**  $ABCD$  es un trapecio con  $AD$  paralela a  $BC$ ,  $AD = 3$ ,  $BC = 10$ ,  $CD = 7$  y  $\angle ADC = 140^\circ$ . Determine la medida del ángulo  $ABC$ .



**Problema 4.** Juan montó sus chivos en una carreta para ir a venderlos al mercado. También puso en la carreta una cantidad de repollos exactamente igual al cuadrado del número de chivos. Durante el viaje cada chivo se comió dos repollos. Una vez en el mercado Juan vendió 5 chivos y cierto número de repollos. Al final del día observó con sorpresa que el número de repollos que tenía era igual al cuadrado del número de chivos que le quedaban. Entonces puso todo lo que no vendió en la carreta y emprendió el regreso. Pero durante el viaje cada chivo se comió dos repollos, y al llegar a su casa Juan tenía chivos pero ningún repollo. ¿Cuántos repollos vendió Juan en el mercado?