



OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Valencia, 13 de junio de 2015
Quinto Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Halle dos cuadrados perfectos, cada uno de 4 dígitos, que difieran en 2015.

Problema 2. María escribió en la pizarra los números desde el 1 hasta el 2015. Luego borró todos los números pares, y de los que quedaron borró todos los múltiplos de 3.

(a) ¿Cuántos números quedaron en la pizarra?

(b) ¿Cuál es la suma de todos ellos?

Problema 3. Juan tiene tres tarjetas en blanco. En cada una de ellas escribe un dígito diferente, del 0 al 8. Entonces reparte las tarjetas entre Ana, Berta y Claudia, dándole una tarjeta a cada una. Cada una de ellas anota el número de su tarjeta en un papel. Luego Juan recoge las tarjetas, las baraja y las vuelve a repartir. Cada una de las tres chicas anota el número de su nueva tarjeta. Este proceso se repite algunas veces. Al final, cada chica suma los números que anotó. La suma de Ana es 9, la de Berta 25 y la de Claudia 31. ¿Qué números estaban escritos en las tarjetas? Halle todas las posibilidades.

Problema 4. ABC es un triángulo rectángulo en B , con $AB = 5$ cm y $BC = 10$ cm. \mathcal{C} es la circunferencia de centro A que pasa por B . $DEFG$ es un cuadrado contenido en el triángulo ABC , que tiene los vértices D y E en el segmento BC , el vértice F en el segmento AC y el vértice G en la circunferencia \mathcal{C} . ¿Cuál es el área de $DEFG$?

