



**OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA**  
**Prueba Nacional — Caracas, 11 de junio de 2016**  
**Cuarto Año**

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ N° de Cédula: \_\_\_\_\_

Teléfono(s): \_\_\_\_\_ Dirección de correo electrónico: \_\_\_\_\_

Instituto: \_\_\_\_\_ Ciudad: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 \_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_ Total: \_\_\_\_\_

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

**Problema 1.** A una fiesta asisten 4 niñas, cada una acompañada de un hermano. Las niñas se llaman Ana, Berta, Carmen y Dora. Sus hermanos se llaman, en algún orden, Juan, Luis, Mario y Pedro. De una bandeja con 38 caramelos, Ana tomó uno, Berta dos, Carmen tres y Dora cuatro. Juan tomó el mismo número de caramelos que su hermana, Luis tomó el doble que su hermana, Mario tomó el triple que su hermana y Pedro tomó el cuádruple que su hermana. La bandeja quedó vacía. Determine el nombre del hermano de cada niña.

**Problema 2.** Halle todos los pares de números primos  $(p, q)$ , con  $p < q$ , tales que los números  $p + 2q$ ,  $2p + q$  y  $p + q - 22$  también sean primos.

**Problema 3.** Halle todas las soluciones reales  $(x, y)$  del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{y} &= \frac{8}{x}, \\y - \frac{1}{x} &= \frac{8}{y}.\end{aligned}$$

**Problema 4.**  $ABCD$  es un trapecio con bases  $AB$  y  $CD$ .  $M$  es el punto medio del lado  $AD$ . Se sabe que el ángulo  $\angle MCB$  es recto, que  $MC = 7$  cm y que  $BC = 5$  cm. Calcule el área del trapecio.