



OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Caracas, 11 de junio de 2016
Quinto Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. A una fiesta asisten 4 niñas, cada una acompañada de un hermano. Las niñas se llaman Ana, Berta, Carmen y Dora. Sus hermanos se llaman, en algún orden, Juan, Luis, Mario y Pedro. De una bandeja con 38 caramelos, Ana tomó uno, Berta dos, Carmen tres y Dora cuatro. Juan tomó el mismo número de caramelos que su hermana, Luis tomó el doble que su hermana, Mario tomó el triple que su hermana y Pedro tomó el cuádruple que su hermana. La bandeja quedó vacía. Determine el nombre del hermano de cada niña.

Problema 2. ¿Cuál es el menor número natural que se puede expresar como la suma de 9 naturales consecutivos y también como la suma de 10 naturales consecutivos?

Nota: “natural” es lo mismo que “entero positivo”.

Problema 3. Halle todas las soluciones reales (x, y) del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{y} &= \frac{8}{x}, \\y - \frac{1}{x} &= \frac{8}{y}.\end{aligned}$$

Problema 4. Sea $ABCD$ un cuadrado, E el punto medio del lado CD y M un punto interior del cuadrado tal que $\angle MAB = \angle MBC = \angle BME$. Calcular la medida del ángulo $\angle MAB$.