

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — 9 de junio de 2017
Primer Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

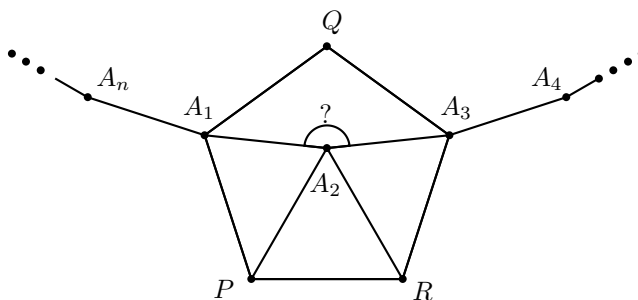
Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Ana, Berta y Claudia son hermanas. Una de ellas es veraz (siempre dice la verdad), otra es embustera (siempre miente) y otra es normal (a veces dice la verdad y a veces miente). Un día una de ellas dijo: “Yo siempre miento”. Otra le respondió: “Eso es falso. La que siempre miente es Ana”. Y la que no había hablado dijo: “La que siempre dice la verdad es Clara”. Diga los nombres de las hermanas en el orden en que hablaron, y diga qué es cada una de ellas (veraz, embustera o normal).

Problema 2. Un profesor de matemática tiene tres secciones: la A con 16 alumnos, la B con 24 y la C con 30. Luego de aplicar un mismo examen a las tres secciones observó que el promedio de la sección B fue un punto superior al promedio de la sección A, pero un punto inferior al promedio de la sección C. Si el promedio general de todos los alumnos fue 14,2 ¿cuál fue el promedio de cada sección?

Problema 3. Digamos que un entero positivo es *chévere* si los restos que se obtienen al dividirlo entre 1, 2, 3 y 4 son todos diferentes. Por ejemplo 35 es *chévere*, porque dividido entre 1 deja resto 0, entre 2 deja resto 1, entre 3 deja resto 2 y entre 4 deja resto 3. ¿Cuántos enteros *chéveres* hay entre 1 y 10000?

Problema 4. En la figura, PA_1QA_3R es un pentágono regular y PA_2R es un triángulo equilátero.



(a) Calcule la medida del ángulo $\angle A_1A_2A_3$.

(b) Si se toma A_4 de modo que $A_3A_4 = A_2A_3$ y $\angle A_2A_3A_4 = \angle A_1A_2A_3$, y luego A_5 (no visible en la figura) de modo que $A_4A_5 = A_3A_4$ y $\angle A_3A_4A_5 = \angle A_2A_3A_4$, y así sucesivamente, se forma un polígono regular $A_1A_2A_3A_4 \dots A_n$ que termina cerrando en A_1 . Determine el valor de n , es decir el número de vértices de ese polígono.