Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPÍADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — 9 de junio de 2017
Tercer Año

Apellidos y Nombres:____________________ **Nº de Cédula:**__________

Teléfono(s):__________ **Dirección de correo electrónico:**______________

Instituto:______________ **Ciudad:**________ **Estado:**__________

(No escriba en esta línea) Puntos: 1___ **2** ___ **3** ___ **4** ___ **Total:**_______

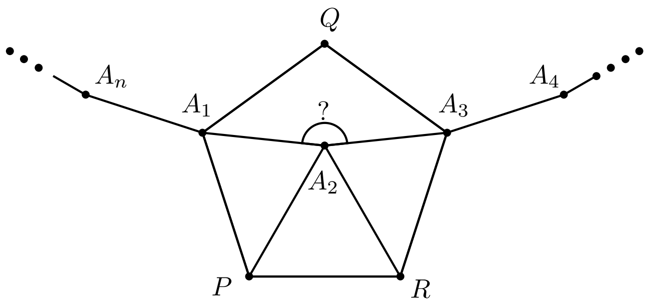
Todas las respuestas deben justificarse.
Duración de la prueba: 3 horas y media
Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. En la pizarra está escrito el número 1. Ana y Beto juegan alternadamente, comenzando por Ana, de la manera siguiente: cada jugador, en su turno, debe sustituir el número x escrito en la pizarra por un entero y tal que $x < y \leq 3x$. El primer jugador que escriba el 1000 o un número mayor, gana. Determine si alguno de los jugadores puede asegurarse la victoria, y explique cómo debe jugar para lograrlo.

Problema 2. Sea a_1, a_2, a_3,... una sucesión de números enteros tal que cada término a partir del tercero es igual a la suma de los dos predecentes, es decir que $a_3 = a_1 + a_2$, $a_4 = a_2 + a_3$, $a_5 = a_3 + a_4$, etc. Si $a_{10} = 2017$ y $a_4 = 117$, ¿cuál es el valor de a_1?

Problema 3. Digamos que un entero positivo es *chévere* si los restos que se obtienen al dividirlo entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 son todos diferentes. ¿Cuántos enteros *chévere* hay entre 1 y 100000?

Problema 4. En la figura, PA_1QA_3R es un pentágono regular y PA_2R es un triángulo equilátero.



(a) Calcule la medida del ángulo $\angle A_1A_2A_3$.

(b) Si se toma A_4 de modo que $A_3A_4 = A_2A_3$ y $\angle A_2A_3A_4 = \angle A_1A_2A_3$, y luego A_5 (no visible en la figura) de modo que $A_4A_5 = A_3A_4$ y $\angle A_3A_4A_5 = \angle A_2A_3A_4$, y así sucesivamente, se forma un polígono regular $A_1A_2A_3A_4 \ldots A_n$ que termina cerrando en A_1. Determine el valor de n, es decir el número de vértices de ese polígono.

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos. Caracas 1020. Venezuela.
RIF J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. Página web: `www.acm.ciens.ucv.ve`