OLIMPÍADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — 9 de junio de 2017
Cuarto Año

Apellidos y Nombres:________________________________ **Nº de Cédula:**____________

Teléfono(s):________________ **Dirección de correo electrónico:**____________________

Instituto:____________________ **Ciudad:**____________ **Estado:**______________

(No escriba en esta línea) Puntos: 1_____ **2** _____ **3** _____ **4** _____ **Total:**____________

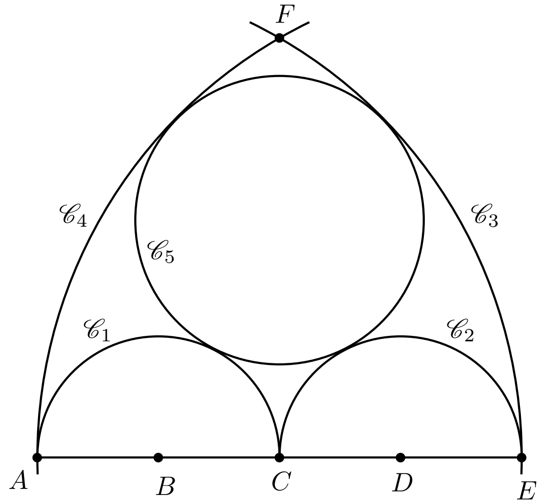
Todas las respuestas deben justificarse.
Duración de la prueba: 3 horas y media
Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Sea a_1, a_2, a_3,... una sucesión de números enteros tal que cada término a partir del tercero es igual a la suma de los dos prededentes, es decir que $a_3 = a_1 + a_2$, $a_4 = a_2 + a_3$, $a_5 = a_3 + a_4$, etc. Si $a_{10} = 2017$ y $a_4 = 117$, ¿cuál es el valor de a_1?

Problema 2. Cada una de las 2017 personas que viven en una isla es *honesta*, y siempre dice la verdad, o es *embustera*, y siempre miente. Más de mil isleños van a un banquete y se sientan alrededor de una mesa redonda. Cada uno de ellos dice "De las dos personas que tengo como vecinas, una es honesta y la otra embustera". ¿Cuál es el máximo número de personas honestas que puede haber en la isla?

Problema 3. Sea $S(n)$ la suma de los dígitos del entero n. Halle el menor entero positivo n tal que $S(n)$ y $S(n+1)$ sean, ambos, múltiplos de 13.

Problema 4. A, B, C, D y E son puntos alineados tales que $AB = BC = CD = DE = 1$ cm. $\mathscr{C}_1$ y $\mathscr{C}_2$ son semicircunferencias de radio 1 cm y centros B y D, respectivamente. $\mathscr{C}_3$ y $\mathscr{C}_4$ son circunferencias de radio 4 cm y centros A y E, respectivamente, que se cortan en F. Determine el radio de la circunferencia $\mathscr{C}_5$ que es tangente exteriormente a $\mathscr{C}_1$ y $\mathscr{C}_2$ e interiormente a $\mathscr{C}_3$ y $\mathscr{C}_4$.



Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos. Caracas 1020. Venezuela.
RIF J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. Página web: `www.acm.ciens.ucv.ve`