

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — 9 de junio de 2017
Quinto Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

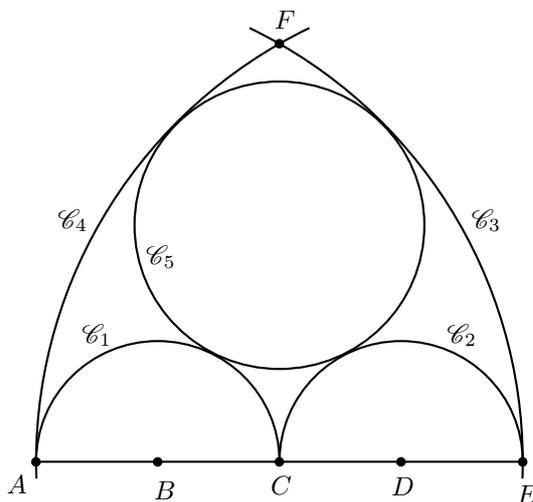
Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Cada una de las 2017 personas que viven en una isla es *honesta*, y siempre dice la verdad, o es *embustera*, y siempre miente. Más de mil isleños van a un banquete y se sientan alrededor de una mesa redonda. Cada uno de ellos dice “De las dos personas que tengo como vecinas, una es honesta y la otra embustera”. ¿Cuál es el máximo número de personas honestas que puede haber en la isla?

Problema 2. Ramón escribió un entero positivo n de dos dígitos. Luego intercambió las posiciones de los dígitos de n y obtuvo un entero k . Luego dibujó un triángulo rectángulo con catetos $(n+k)/2$ y $(n-k)/2$. Si la hipotenusa de ese triángulo mide $\sqrt{2017}$, ¿qué valores tienen n y k ?

Problema 3. A, B, C, D y E son puntos alineados tales que $AB = BC = CD = DE = 1$ cm. \mathcal{C}_1 y \mathcal{C}_2 son semicircunferencias de radio 1 cm y centros B y D , respectivamente. \mathcal{C}_3 y \mathcal{C}_4 son circunferencias de radio 4 cm y centros A y E , respectivamente, que se cortan en F . Determine el radio de la circunferencia \mathcal{C}_5 que es tangente exteriormente a \mathcal{C}_1 y \mathcal{C}_2 e interiormente a \mathcal{C}_3 y \mathcal{C}_4 .



Problema 4. Halle todas las soluciones reales (x, y) del sistema de ecuaciones

$$2^x + 2^y = 5\sqrt{2},$$

$$4^x + 4^y = 34.$$

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas

UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos. Caracas 1020. Venezuela.

RIF J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. Página web: www.acm.ciens.ucv.ve