

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Regional - 11 de mayo de 2013
Cuarto Año de Educación Media General

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1

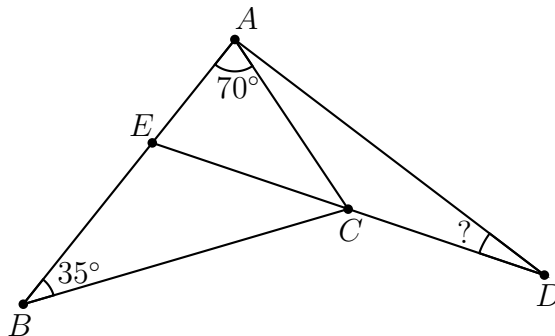
En un examen, la nota promedio de los que aprobaron fue 14, la nota promedio de los que reprobaron fue 6, y el promedio de todas las notas fue 11. ¿Qué porcentaje del total de estudiantes aprobó el examen?

Problema 2

¿Cuántos enteros positivos n existen tales que tanto $\frac{n}{3}$ como $3n$ son enteros de tres dígitos?

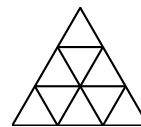
Problema 3

En la figura se tiene $BE = EC$, C es el punto medio de ED , $\angle CBA = 35^\circ$ y $\angle CAB = 70^\circ$. ¿Cuánto mide $\angle ADC$?



Problema 4

Un triángulo equilátero de lado 3 se divide mediante líneas paralelas a los lados en 9 triangulitos equiláteros de lado 1. Dos triangulitos se dicen *adyacentes* si tienen un lado común.



(a) Escriba los números del 1 al 9, uno en cada triangulito, de modo que cada número sea divisible entre el número de triangulitos adyacentes al que ocupa.

(b) ¿Cuántas soluciones admite la parte (a)?

Problema 5

Halle todas las soluciones reales del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}xy + x + y &= 17, \\x^2 + y^2 &= 29.\end{aligned}$$