

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Regional - 11 de mayo de 2013
Quinto Año de Educación Media General

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

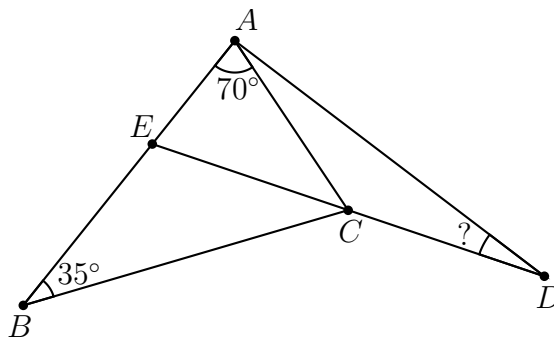
Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1

¿Cuántos enteros positivos n existen tales que tanto $\frac{n}{3}$ como $3n$ son enteros de tres dígitos?

Problema 2

En la figura se tiene $BE = EC$, C es el punto medio de ED , $\angle CBA = 35^\circ$ y $\angle CAB = 70^\circ$. ¿Cuánto mide $\angle ADC$?



Problema 3

p, q, r, s y t son números primos diferentes tales que $p + q + r = 27$, $q + r + s = 22$ y $r + t + 3 = q$. ¿Cuál es el valor de cada uno de ellos?

Problema 4

En la sucesión 1, 1, 0, 1, -1, 0, ... los dos primeros términos a_1 y a_2 son 1. El tercer término es la diferencia de los dos primeros, es decir $a_3 = a_1 - a_2 = 1 - 1 = 0$. El cuarto término es la suma de los dos que le preceden, es decir $a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 0 = 1$. Luego $a_5 = a_3 - a_4$, $a_6 = a_4 + a_5$, y así sucesivamente. ¿Cuál es la suma de los primeros 2012 términos de la sucesión?

Problema 5

Halle todas las soluciones reales del sistema de ecuaciones

$$xy + x + y = 17,$$

$$x^2 + y^2 = 29.$$