Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPÍADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional - 31 de mayo de 2014
Quinto Año de Educación Media General

Apellidos y Nombres:____________________ **Nº de Cédula:**__________

Teléfono(s):__________ **Dirección de correo electrónico:**________________

Instituto:____________________ **Sección:**___ **Ciudad:**____________

(No escriba en esta línea) Puntos: 1___ **2** ___ **3** ___ **4** ___ **5** ___ **Total:**______

Todas las respuestas deben justificarse.
Duración de la prueba: 3 horas y media
Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1

Una caja contiene 900 tarjetas numeradas del 100 al 999 (cada número aparece en una y sólo una tarjeta). María toma algunas tarjetas sin mirar y calcula la suma de los dígitos en cada una de ellas. ¿Cuántas tarjetas debe tomar, como mínimo, para asegurarse de tener tres tarjetas con la misma suma de dígitos?

Problema 2

Halle todas las ternas de enteros (a, b, c) tales que $a > b > c > 1$ y $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} > 1$.

Problema 3

Halle todos los números naturales de tres dígitos tales que el producto de sus dígitos es igual a diez veces la suma de sus dígitos.

Problema 4

(a) Halle números racionales x, y, z diferentes de cero tales que $x + y + z = 0$ y $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1$.

(b) Sean x, y, z números racionales diferentes de cero tales que los números $a = x + y + z$ y $b = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}$ sean enteros. Pruebe que $a^2 + b^2 \geq 1$.

Problema 5

Dos polígonos regulares de lado 1 tienen un lado común AB y se hallan a distinto lado de la recta AB. Uno de ellos tiene 15 vértices $A, B, C, D, \ldots$ y el otro tiene n vértices $A, B, Z, Y, \ldots$. Determine el valor de n para que la distancia de C a Z sea 1.

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos. Caracas 1020. Venezuela.
RIF J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. Página web: `www.acm.ciens.ucv.ve`