

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2004 OLIMPIADA CANGURO PRIMER AÑO DE DIVERSIFICADO

1) ¿Cuál es el valor de

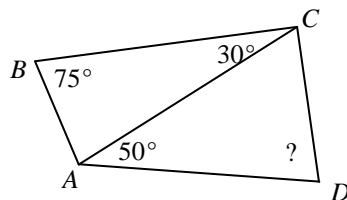
$$(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - (7 - 8) - \dots - (99 - 100)?$$

- (A) -48 (B) 0 (C) -49 (D) 48 (E) 49

2) Si m bolígrafos cuestan n bolívares cada uno y n bolígrafos cuestan m bolívares cada uno, entonces el costo promedio, en bolívares, de cada bolígrafo es:

- (A) 1 (B) $\frac{m+n}{2}$ (C) $\frac{m^2n^2}{2}$ (D) mn (E) $\frac{2mn}{m+n}$

3) Observa los ángulos en el cuadrilátero ABCD. Si $BC = AD$, ¿cuánto mide el ángulo ADC?



- (A) 70° (B) 65° (C) 55°
(D) 50° (E) 30°

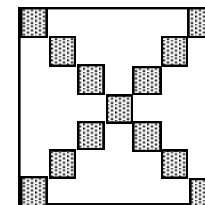
4) En una cesta hay 30 metras: unas rojas y otras azules. Si al azar sacamos 12 metras, al menos una de ellas será roja. Si al azar sacamos 20 metras, al menos una de ellas será azul. ¿Cuántas metras rojas hay en la cesta?

- (A) 19 (B) 20 (C) 12 (D) 11 (E) 29

5) Tres niñas recogen 770 nueces y las reparten proporcionalmente a sus edades. Por cada 3 nueces que María toma, Irma toma 4. Por cada 7 nueces que Natalia toma, Irma toma 6. ¿Cuántas nueces tomó la niña de menor edad?

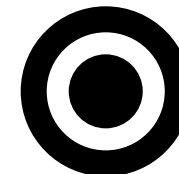
- (A) 198 (B) 256 (C) 264 (D) 218 (E) 180

6) En un cuadrado de lado 2003 unidades, se colorean los cuadrados de lado 1 de las diagonales, tal como se observa en el dibujo de un cuadrado de lado 7 unidades. ¿Cuál es el área de la parte sin colorear, parte blanca, en el cuadrado de lado 2003 unidades?



- (A) 2003^2 (B) 2004^2 (C) 2003×2004 (D) 2002×2001 (E) 2002^2

7) El cartón de tiro al blanco consiste de un círculo negro interior y 2 anillos alrededor de él. El ancho de cada anillo es igual al radio del círculo negro. ¿Cuántas veces es mayor el área del anillo negro al área del círculo negro?



- (A) 2 veces (B) 4 veces (C) 5 veces (D) 3 veces (E) 6 veces

8) Cada uno de 5 alumnos piensan un número el cual puede ser uno, dos o cuatro. Los números pensados son multiplicados. ¿Cuál puede ser el producto de esa multiplicación?

- (A) 2048 (B) 100 (C) 256 (D) 120 (E) 768

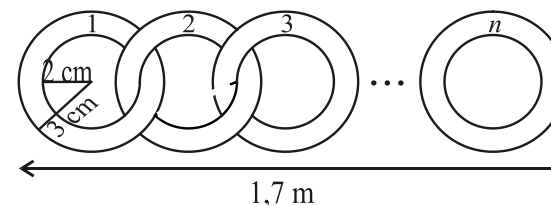
9) ¿Cuántos números de dos dígitos existen tales que su cuadrado y su cubo terminan en el mismo dígito?

- (A) 10 (B) 9 (C) Más de 30 (D) 21 (E) 1

10) Un cuadrado está dividido en 98 cuadrados pequeños, 97 de los cuales tienen lado de longitud 1. ¿Cuál es el área del cuadrado grande?

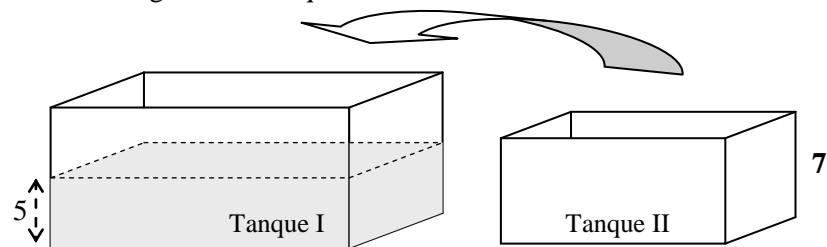
- (A) 24^2 (B) 49^2 (C) 47^2 (D) 48^2 (E) 23^2

11) Se entrelazan anillos como demuestra la figura. La longitud de la cadena así construida es 1,7 m. ¿Cuántos anillos se utilizaron?



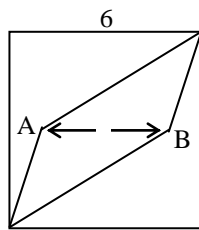
- (A) 30 (B) 21 (C) 17 (D) 42 (E) 85

12) En el tanque I, cuya base tiene un área de 2 dm^2 , el agua alcanza una altura de 5cm. El tanque II, con una base de área 1 dm^2 y una altura de 7cm, se introduce vacío en el fondo del tanque I. El agua del tanque I sube de nivel y se derrama dentro del tanque II. ¿Qué nivel alcanza el agua en el tanque II?



- (A) 2 cm (B) 3 cm (C) 4 cm (D) 5 cm (E) 6 cm

13) En un cuadrado de lado 6cm, los puntos A y B están en la línea media del cuadrado. Cuando se trazan segmentos de los puntos A y B a vértices opuestos del cuadrado, como indica la figura, se divide el cuadrado en tres regiones de igual área. ¿Cuál es la longitud del segmento AB?

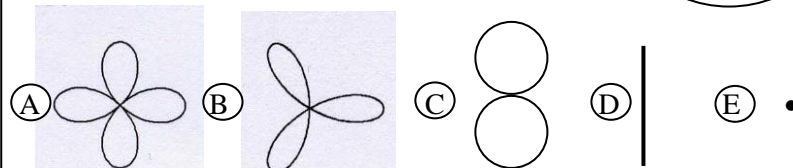
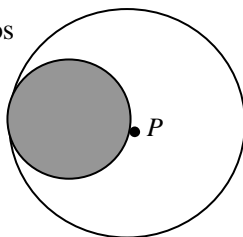


- (A) 3,6cm (B) 3,8cm (C) 4cm (D) 4,2cm (E) 4,4cm

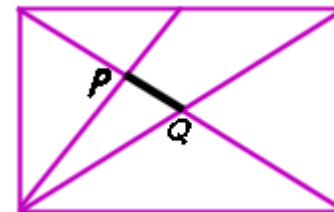
14) Una mujer va de la ciudad a la playa a una rapidez de 30 km/h y regresa a 10 km/h. ¿Cuál es la rapidez promedio del viaje completo?

- (A) 12 km/h (B) 25 km/h (C) 20 km/h (D) 22 km/h (E) 15 km/h

15) Observa el dibujo formado por dos círculos tangentes con radios en la relación 1:2. El círculo gris rueda sin deslizar a lo largo de la circunferencia del círculo mayor. ¿Cuál de los siguientes dibujos es la trayectoria descrita por el punto P?



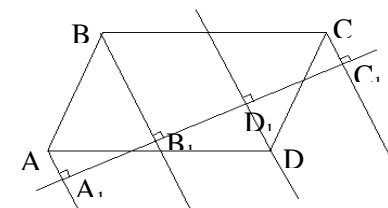
16) En un rectángulo trazamos las diagonales y un segmento que una un vértice con el punto medio de uno de los lados, como demuestra la figura:



¿Cuál es el resultado de dividir la longitud de la diagonal entre la longitud del segmento PQ?

- (A) Depende de las medidas del rectángulo (B) $\frac{13}{3}$ (C) 6
(D) 4 (E) 3

17) ABCD es un paralelogramo. Si $AA_1 = 4 \text{ cm}$, $DD_1 = 5 \text{ cm}$ y $CC_1 = 7 \text{ cm}$, ¿cuánto mide BB_1 ?



- (A) 9 (B) 11 (C) 12
(D) 16 (E) 21

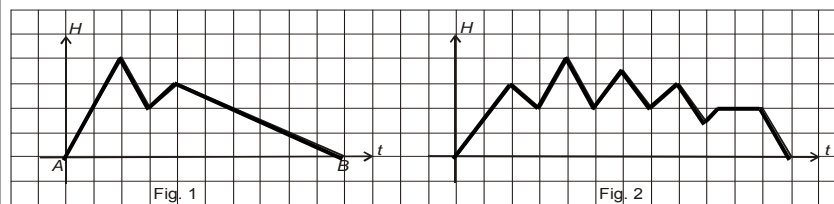
18) Considera los números de diez dígitos **abcdefghij**, cuyos dígitos son sólo cero (0) y uno (1), con $a = 1$ y con la propiedad

$$a + c + e + g + i = b + d + f + h + j.$$

¿Cuántos números hay de este tipo?

- (A) 2^9 (B) 126 (C) 81 (D) 64 (E) 32

19) Un escalador de montañas distraído, atraviesa una montaña siguiendo un perfil descrito en la Fig. 1. Él fue del punto A al punto B, pero algunas veces regresó a recoger cosas que había dejado. El gráfico de la altura H de su localización en el tiempo t es demostrado en la Fig. 2.



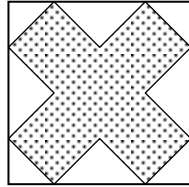
¿Cuántas veces el escalador se regresó a buscar sus cosas?

- (A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) 4 (E) 3

20) Una alfombra de 1cm de grosor es enrollada hasta formar un cilindro de un metro de diámetro. ¿Cuál de los siguientes valores es el mejor estimado del largo de la alfombra?

- (A) 300m (B) 50m (C) 20m (D) 150m (E) 75m

21) El dibujo muestra un cuadrado y un dodecágono equilátero en forma de cruz. El perímetro del dodecágono es 36cm. ¿Cuál es, en cm^2 , el área del cuadrado?



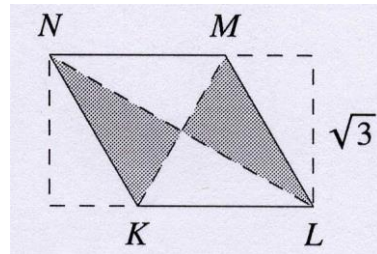
- (A) 72 (B) 18 (C) 108 (D) 115,2 (E) 144

22) En cada cara de un cubo se escribe un número natural y en cada vértice se escribe el producto de los números que aparecen en las tres caras adyacentes al vértice. La suma de los números de todos los vértices es 70. ¿Cuál es la suma de los números de todas las caras?

- (A) 14 (B) 35 (C) 12 (D) 10 (E) No se puede determinar

23) El rombo KLMN de papel se construye doblando en dos vértices del rectángulo, como muestra la figura.

Si el lado más corto del rectángulo mide $\sqrt{3}$ cm, ¿cuál es el área, en cm^2 , del rombo?



- (A) 3 (B) 4 (C) $3\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{10}$ (E) $2\sqrt{3}$

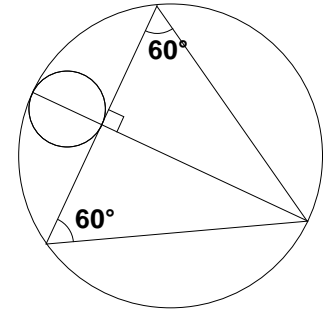
24) El número 2004 es divisible entre 12 y la suma de sus dígitos es igual a 6. ¿Cuántos números, de cuatro dígitos, poseen estas dos propiedades?

- (A) 13 (B) 12 (C) 10 (D) 18 (E) 15

25) ¿Cuál es el último dígito no nulo del producto de los primeros 100 números enteros positivos?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

26) En la figura dada, el triángulo es equilátero. Para obtener el área del círculo mayor, el área del círculo menor debe ser multiplicada por:

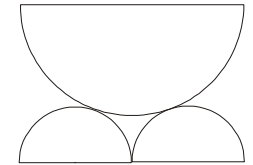


- (A) 12 (B) 16 (C) $9\sqrt{3}$
(D) π^2 (E) 10

27) Un juego comienza con una secuencia de 200 ceros. En el primer turno, agregamos 1 a todos los números. En el segundo turno, agregamos 1 a los números ubicados en posición múltiplo de dos. En el tercer turno, sumamos 1 a los números ubicados en posición múltiplo de 3 y así sucesivamente. ¿Qué número se encuentra en la posición 120 después de 200 turnos?

- (A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 32

28) Mónica quiere hacer un banco utilizando mitades de troncos en su jardín como se muestra en la figura. Los diámetros de las mitades de abajo son de 2 decímetros y el diámetro del medio tronco de arriba es de 4 decímetros. ¿Cuál es la altura del banco, en decímetros?

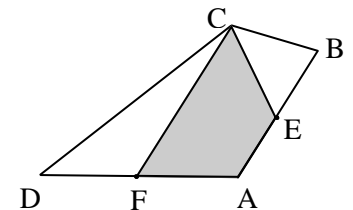


- (A) $\sqrt{8}$ (B) 3 (C) 2,85 (D) $\sqrt{10}$ (E) 2,5

29) Todos los números enteros del 1 al 10.000 han sido escritos en una pizarra. Si se borran todos los números que no son divisibles entre 5 o entre 11, ¿cuál es el número que aparece en la posición 2004 de la nueva secuencia obtenida?

- (A) 1.000 (B) 5.000 (C) 7348 (D) 6545 (E) 10.000

30) En la figura, E es punto medio del lado AB y F es punto medio de lado AD. Si el área del cuadrilátero AECF es 13 cm^2 , ¿cuál es el área del cuadrilátero ABCD?



- (A) 39 cm^2 (B) 26 cm^2 (C) 13 cm^2 (D) 42 cm^2 (E) 52 cm^2