

**OLIMPIADA JUVENIL DE
MATEMÁTICA 2005
CANGURO MATEMÁTICO
PRUEBA PRELIMINAR
PRIMER AÑO DE DIVERSIFICADO**

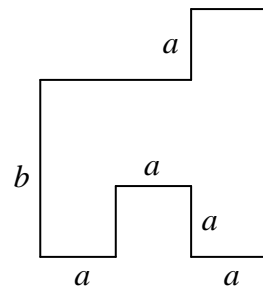
1) ¿Para cuál de los siguientes valores de x la expresión $\frac{x^2}{x^3}$ toma el menor valor?

- (A) -2 (B) 1 (C) -3 (D) -1 (E) 2

2) ¿Cuántos números de dos dígitos hay tales que el número obtenido al invertir los dígitos sea mayor que el triple del número?

- (A) 6 (B) 10 (C) 15 (D) 22 (E) 33

3) El diagrama corresponde al plano de una habitación. Las paredes son perpendiculares unas a otras. Las letras a y b corresponden a las dimensiones de la habitación. Determina el área de la habitación.



- (A) $2ab + a(b - a)$ (B) $3ab$ (D) $3a^2b$
(C) $3a(a - b) + a^2$ (E) $3a(a + b) - a^2$

4) Juan infla 8 globos cada tres minutos. ¿Cuántos globos habrá inflado después de dos horas si cada décimo globo explota inmediatamente después de haber sido inflado?

- (A) 160 (B) 240 (C) 288 (D) 300 (E) 320

5) Desde el mediodía hasta la medianoche, el abuelo Juan duerme su siesta bajo la sombra de un árbol y desde la medianoche al mediodía él cuenta historias. En un árbol está colocado un cartel que dice: **“Hace dos horas que el abuelo Juan estuvo haciendo lo mismo que ha estado haciendo hace una hora”**.

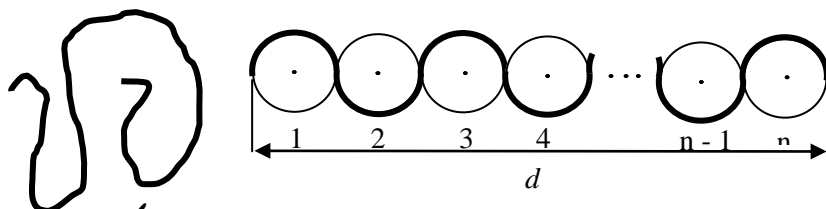
¿Cuántas horas al día el cartel dice la verdad?

- (A) 15 (B) 12 (C) 6 (D) 21 (E) 18

6) El primer término de una secuencia es 1 y el séptimo término es 2005. Cada término de la secuencia, después del segundo, es la suma de los dos términos previos. ¿Cuál es el octavo término de la secuencia?

- (A) 5002 (B) 2006 (C) 3508 (D) 3258 (E) 4010

7) La cuerda ℓ se enrolla en los n círculos, según la figura:



¿Cuál es la longitud de la cuerda ℓ ?

- (A) dn (B) πdn (C) $\frac{\pi}{2}d$ (D) $2\pi dn$ (E) πd

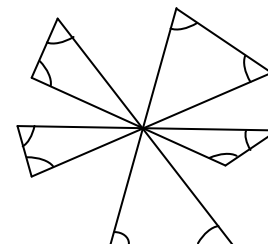
8) Una compañía recibe una orden de compra para construir bloques en forma rectangular de tamaño $10\text{cm} \times 12\text{cm} \times 14\text{cm}$. Por error, la compañía construye bloques con las dimensiones $12\text{cm} \times 14\text{cm} \times 16\text{cm}$. ¿Cuál es el tanto por ciento de incremento en el volumen del bloque construido con respecto a los bloques pedidos?

- (A) 60 (B) 50 (C) 40 (D) 30 (E) 20

9) Pedro espera por María, en una estación de autobuses, durante 19 minutos. Los autobuses A llegan cada 3 minutos y los autobuses B cada 5 minutos. Como Pedro estaba aburrido, contó la diferencia entre el número de autobuses A y el de los B que llegaron en ese tiempo de espera. ¿Cuántos diferentes resultados pudo haber obtenido?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10) En la figura están marcados 10 ángulos. Determina la suma de las medidas de los 10 ángulos.



- (A) 300° (B) 360° (C) 450°
 (D) 600° (E) 720°

11) El promedio de 16 números enteros positivos diferentes es 16. ¿Cuál es el máximo valor que puede tener el mayor de los diez números?

- (A) 24 (B) 64 (C) 136 (D) 256 (E) 260

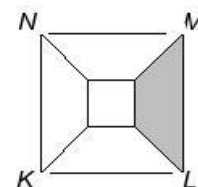
12) El conjunto de todos los números reales que satisfacen la desigualdad $2^{4x} < 4^{2x}$ es igual a:

- (A) $(-\infty, 1)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ (D) $(0, \infty)$ (E) \mathcal{R}

13) Si f es una función tal que para todo número entero x es cierto que $f(x + 1) = 2f(x) - 2002$ y además $f(2005) = 2008$, entonces $f(2004)$ es igual a:

- (A) 2004 (B) 2005 (C) 2008 (D) 2010 (E) 2016

14) KLMN es un cuadrado de lado 6 cm. En su interior se dibuja un cuadrado de lado 2 cm. Ambos cuadrados tienen el mismo centro y lados paralelos. ¿Qué fracción del cuadrado mayor está sombreada?



- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{11}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{3}{11}$

15) Sean a , b y c tres números reales tales que $a < b < c$ y $b^2 < c^2 < a^2$. ¿Cuántas de las siguientes relaciones son siempre verdaderas para estos números?

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{c}, \quad \frac{1}{a^2} < \frac{1}{c^2}, \quad a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0,$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

16) Sea a y b las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo. Si d es el diámetro de la circunferencia inscrita en el triángulo y D el diámetro del circuncírculo del triángulo, entonces $d + D$ es igual a:

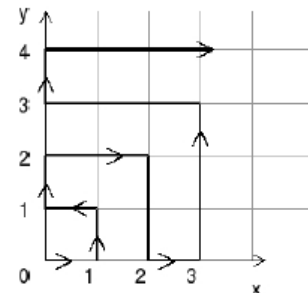
- (A) \sqrt{ab} (B) $2(a+b)$ (C) $\frac{1}{2}(a+b)$ (D) $a + b$ (E) $\sqrt{a^2 + b^2}$

17) Un rectángulo de largo 24 metros y ancho 1 metro, es cortado en siete rectángulos: cuatro de largo 4 metros, dos de largo 3 metros y uno de largo 2 metros. Estos siete rectángulos se colocan juntos de tal forma de construir un nuevo rectángulo. ¿Cuál es el menor perímetro posible de este nuevo rectángulo?



- (A) 28m (B) 22m (C) 25m (D) 14m (E) 20m

18) Una partícula se mueve a través del camino que se muestra en la figura. Durante el primer minuto se mueve desde el origen de coordenadas hasta el punto (1,0) y así, por cada unidad de distancia que avanza, tarda un minuto en recorrer esa distancia. ¿En qué punto del sistema de coordenadas se encontrará la partícula cuando hayan transcurrido exactamente 2 horas desde su partida del origen?



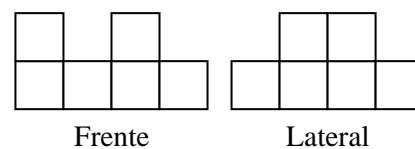
- (A) (1, 11) (B) (10, 11) (C) (10, 0) (D) (2, 10) (E) (11, 11)

19) ¿Cuántos números enteros n satisfacen la siguiente desigualdad?

$$2000 < \sqrt{n(n+1)} < 2005$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

20) Se construye una maqueta de un edificio con cubos de igual tamaño. Las figuras muestran la vista de frente y la vista lateral del edificio. ¿Cuál es la menor cantidad de cubos que se pudo haber utilizado para construir la maqueta del edificio?

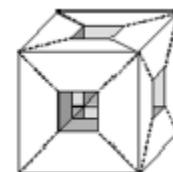


- (A) 20 (B) 12 (C) 10 (D) 16 (E) 6

21) Si $888 \times 111 = 2(2n)^2$, entonces el entero positivo n es igual a

- (A) 444 (B) 111 (C) 11 (D) 8 (E) 4

22) En un cubo cuyas medidas son de 3cm por lado ($3 \times 3 \times 3$) y de peso 810 grs., se taladran unos agujeros con forma de paralelepípedos rectangulares y cuyas medidas son $1 \times 1 \times 3$, como se muestra en la figura. El peso en gramos del sólido que queda es.

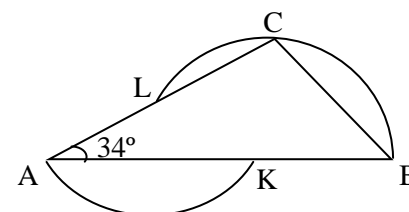


- (A) 560 (B) 590 (C) 570 (D) 600 (E) 500

23) En una bolsa se tienen 17 bolas iguales numeradas del 1 al 17. Se sacan algunas bolas al azar, ¿cuál es el menor número de bolas que hay que sacar para garantizar que la suma de dos de ellas sea 18?

- (A) 10 (B) 17 (C) 7 (D) 8 (E) 11

24) La figura está compuesta de un triángulo ABC y dos circunferencias de centros K y L. ¿Cuál es la medida del ángulo ABC?

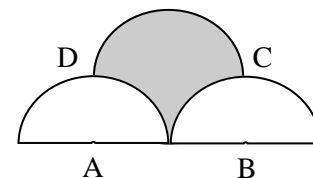


- (A) 68° (B) 42° (C) 39° (D) 35° (E) 32°

25) La suma de cuatro números enteros positivos y consecutivos, no puede ser igual a:

- (A) 2002 (B) 220 (C) 202 (D) 222 (E) 22

26) En la figura hay dos semicírculos y un círculo. ABCD es un rectángulo y el radio de cada uno de los semicírculos y del círculo miden 2cm. A y B son los centros de los semicírculos inferiores.



El área de la región sombreada en cm^2 es:

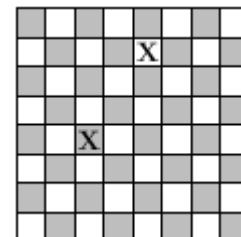
- (A) 8 (B) 7 (C) 2π (D) $2\pi + 1$ (E) $2\pi + 2$

27) Una caja contiene 60 boletos, unos son azules, otros rojos y otros blancos. Si todos los rojos fuesen reemplazados por azules, entonces habría el doble de boletos azules que de blancos. Sin embargo, si todos los boletos blancos se reemplazan con azules, entonces el número de boletos azules sería el triple que el número de boletos rojos.

¿Cuántos boletos azules hay en la caja?

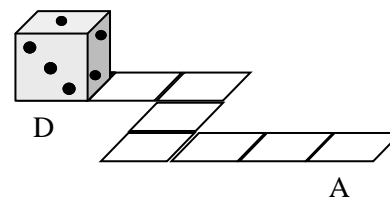
- (A) 30 (B) 20 (C) 10 (D) 15 (E) 25

28) ¿De cuántas formas se puede elegir un cuadrado negro y un cuadrado blanco en un tablero de ajedrez 8×8 de tal manera que estos cuadrados no estén en una misma fila ni en una misma columna?



- (A) 56 (B) 504 (C) 5040 (D) 768 (E) 720

29) La suma de los puntos de las caras opuestas de un dado siempre es igual a 7. Si un dado rueda como se indica en la figura y la cara superior tiene 1 punto al comenzar en el punto D, ¿cuántos puntos tendrá la cara superior al llegar al punto A?



- (A) 2 (B) 5 (C) 4 (D) 6 (E) 3

30) Un automóvil se desplaza a velocidad constante de 90 km/h. Cuando el reloj del auto señala 21:00, el contador de kilómetros recorridos (odómetro) señala 116.0, lo que indica que hasta ese momento el auto ha recorrido 116.0 kilómetros. Más tarde el odómetro mostró los mismos números que el reloj. ¿A qué hora ocurrió eso?

- (A) 21:30 (B) 21:50 (C) 22:00 (D) 22:05 (E) 22:10