

**OLIMPIADA JUVENIL DE  
MATEMÁTICA 2005  
CANGURO MATEMÁTICO  
PRUEBA PRELIMINAR  
NOVENO GRADO**

1) Andrés, Berta, Carolina, Diego y Eduardo participan en una competencia. Ellos obtienen diferentes puntajes en la competencia: 4, 5, 6, 7 y 8 puntos, pero no necesariamente en ese orden. Diego finalizó entre los mejores. Eduardo ni fue el mejor ni fue el peor. Andrés obtuvo 7 puntos y Berta obtuvo un número impar de puntos. ¿Cuántos puntos obtuvo Carolina?

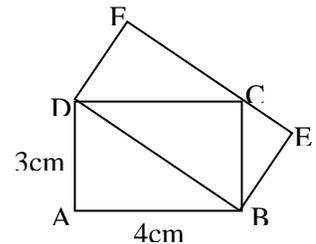
- (A) 8      (B) 5      (C) 7      (D) 4      (E) 6

2) Un vigilante trabaja 4 días seguidos y tiene un día de descanso el quinto día. Si acaba de descansar el día domingo y comenzó a trabajar el lunes. ¿En cuántos días volverá a descansar un día domingo?

- (A) 34      (B) 32      (C) 30      (D) 36      (E) 42

3) Observa en la figura los rectángulos ABCD y DBEF.  
¿Cuál es el área del rectángulo DBEF?

- (A)  $10\text{cm}^2$     (B)  $12\text{cm}^2$     (C)  $13\text{cm}^2$   
(D)  $14\text{cm}^2$     (E)  $15\text{cm}^2$



4) Un grupo de estudiantes planean un viaje. Si cada uno de ellos hace una contribución de Bs. 14000 para los gastos del viaje, faltarán Bs. 4000 para cubrir los gastos totales. Pero, si cada uno de ellos hace una contribución de Bs. 16000, tendrán Bs. 6000 más de lo que necesitan. ¿Con cuánto debe contribuir cada uno de los estudiantes para recolectar exactamente la cantidad de dinero que necesitan para el viaje?

- (A) 14400    (B) 14600    (C) 14800    (D) 14100    (E) 14200

5) En un triángulo ABC, el ángulo A es tres quintos de la medida del ángulo B y el 30% del tamaño del ángulo C.  
¿Cuánto mide el ángulo A?

- (A)  $60^\circ$       (B)  $54^\circ$       (C)  $20^\circ$       (D)  $25^\circ$       (E)  $30^\circ$

6) Una pieza cuadrada de papel se corta en tres partes. Observa dos de las partes:  
¿Cuál es la tercera parte?

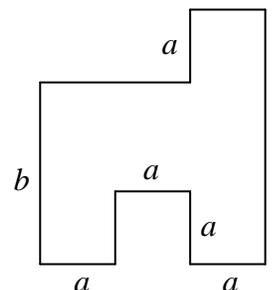


- (A)    (B)    (C)    (D)    (E)

7) Dos hembras y tres varones se comen 16 porciones de helados juntos. Cada varón se come el doble de helado que cada hembra. ¿Cuántas porciones de helado se comerían tres hembras y dos varones con la misma pasión por el helado?

- (A) 12      (B) 13      (C) 14      (D) 16      (E) 17

8) El diagrama corresponde al plano de una habitación. Las paredes son perpendiculares unas a otras. Las letras  $a$  y  $b$  corresponden a las dimensiones de la habitación. Determina el área de la habitación.



- (A)  $3ab$       (B)  $2ab + a(b - a)$       (C)  $3a(a - b) + a^2$       (D)  $3a^2b$       (E)  $3a(a + b) - a^2$

9) Desde el mediodía hasta la medianoche, el abuelo Juan duerme su siesta bajo la sombra de un árbol y desde la medianoche al mediodía él cuenta historias. En un árbol está colocado un cartel que dice: **“Hace dos horas que el abuelo Juan estuvo haciendo lo mismo que ha estado haciendo hace una hora”**.

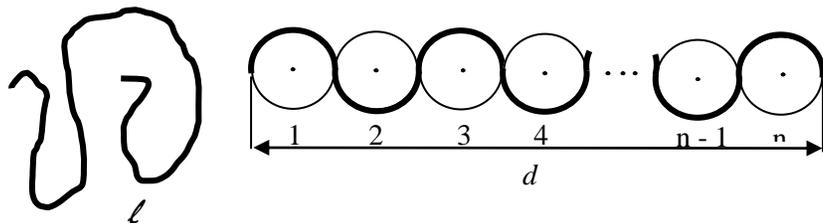
¿Cuántas horas al día el cartel dice la verdad?

- (A) 6      (B) 12      (C) 15      (D) 18      (E) 21

10) ¿Cuántos números de dos dígitos hay tales que el número obtenido al invertir los dígitos sea mayor que el triple del número?

- (A) 33      (B) 22      (C) 15      (D) 10      (E) 6

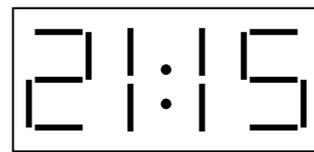
11) La cuerda  $\ell$  se enrolla en los  $n$  círculos, según la figura:



¿Cuál es la longitud de la cuerda  $\ell$ ?

- (A)  $dn$       (B)  $\pi dn$       (C)  $\frac{\pi}{2}d$       (D)  $2\pi dn$       (E)  $\pi d$

12) Ana mira la hora en su reloj digital, cuando eran las 21:15 y observa que si coloca un espejo en el lugar de los dos puntos, todavía puede ver la hora correcta.



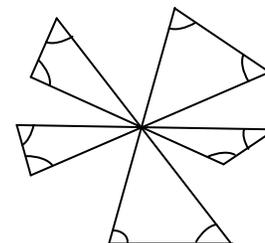
¿Cuántas veces al día el reloj da una hora con esta propiedad?

- (A) 11      (B) 3      (C) 7      (D) 1      (E) 24

13) Se define **longitud de un número natural  $n$**  al número de factores en la representación de  $n$  como producto de números primos. Por ejemplo, la longitud del número  $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$  es 4. ¿Cuántos números impares menores que 100 tienen longitud 3?

- (A) 4      (B) 5      (C) 3      (D) 6      (E) 12

14) En la figura están marcados 10 ángulos. Determina la suma de las medidas de los 10 ángulos.



- (A)  $450^\circ$       (B)  $600^\circ$       (C)  $720^\circ$   
(D)  $300^\circ$       (E)  $360^\circ$

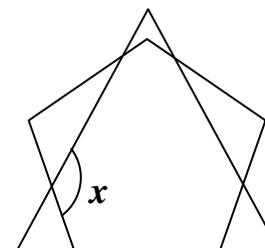
15) El promedio de 10 números enteros positivos diferentes es 10. ¿Cuál es el máximo valor que puede tener el mayor de los diez números?

- (A) 30      (B) 35      (C) 40      (D) 55      (E) 60

16) La figura muestra un triángulo equilátero y un pentágono regular.

¿Cuánto mide el ángulo  $x$ ?

- (A)  $120^\circ$       (B)  $125^\circ$       (C)  $130^\circ$       (D)  $132^\circ$       (E)  $136^\circ$



17) ¿Cuántos pares  $(a, b)$  de números enteros positivos existen con la siguiente propiedad: su máximo común divisor es 24 y su mínimo común múltiplo es 2496?

- (A) infinitos (B) 6 (C) 2 (D) 0 (E) 4

18) Hay 64 litros de vino en un barril. Se reemplazan 16 litros de vino por 16 litros de agua: supongamos que el vino y el agua que están en el barril se mezclan uniformemente y el volumen de la mezcla es la suma de los dos volúmenes. Ahora, se reemplazan 16 litros de la mezcla por 16 litros de agua: se espera a mezclar uniformemente y vuelve a realizarse el mismo procedimiento una vez más. Finalmente, ¿cuántos litros de vino quedan en el barril?

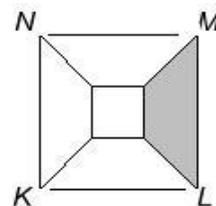
- (A) 16 (B) 24 (C) 27 (D) 30 (E) 48

19) Sean A, B y C tres puntos en un plano.

Si  $\angle BAC = 2(\angle ABC + \angle ACB)$ , ¿cuánto mide  $\angle BAC$ ?

- (A)  $100^\circ$  (B)  $72^\circ$  (C)  $180^\circ$  (D)  $60^\circ$  (E)  $120^\circ$

20) KLMN es un cuadrado de lado 6 cm. En su interior se dibuja un cuadrado de lado 2 cm. Ambos cuadrados tienen el mismo centro y lados paralelos. ¿Qué fracción del cuadrado mayor está sombreada?



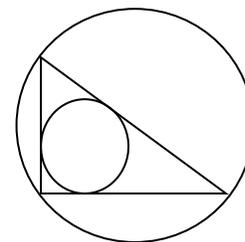
- (A)  $\frac{2}{9}$  (B)  $\frac{2}{11}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{7}$  (E)  $\frac{3}{11}$

21) ¿Cuántos conjuntos de números enteros positivos consecutivos, con un mínimo de dos elementos, existen tales que la suma de sus elementos sea cien?

- (A) 7 (B) 2 (C) 4 (D) 3 (E) 5

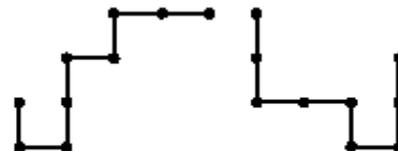
22) En el triángulo rectángulo de la figura,  $a$  y  $b$  son las longitudes de los catetos. Sea  $d$  el diámetro de la circunferencia inscrita en el triángulo y  $D$  el diámetro de la circunferencia circunscrita en el triángulo.

¿A qué es igual  $d + D$ ?



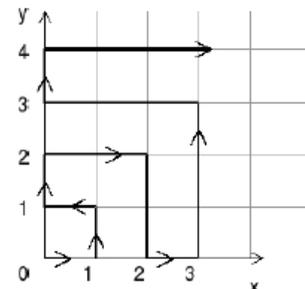
- (A)  $2(a + b)$  (B)  $\frac{a + b}{2}$  (C)  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
 (D)  $a + b$  (E)  $\sqrt{ab}$

23) Cada una de estas dos piezas de alambre es construida con ocho segmentos de longitud 1 cm, cada segmento. Si una de las piezas de alambre es colocada parcialmente sobre la otra, ¿cuál es la longitud de la mayor porción de alambre que pueden tener en común?



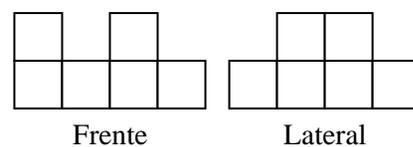
- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 6

24) Una partícula se mueve a través del camino que se muestra en la figura. Durante el primer minuto se mueve desde el origen de coordenadas hasta el punto  $(1,0)$  y así, por cada unidad de distancia que avanza, tarda un minuto en recorrer esa distancia. ¿En qué punto del sistema de coordenadas se encontrará la partícula cuando hayan transcurrido exactamente 2 horas desde su partida del origen?



- (A)  $(1, 11)$  (B)  $(10, 11)$  (C)  $(10, 0)$  (D)  $(2, 10)$  (E)  $(11, 11)$

25) Se construye una maqueta de un edificio con cubos de igual tamaño. Las figuras muestran la vista de frente y la vista lateral del edificio.  
 ¿Cuál es la menor cantidad de cubos que se pudo haber utilizado para construir la maqueta del edificio?



- (A) 24      (B) 20      (C) 12      (D) 9      (E) 6

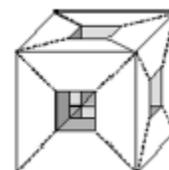
26) El primer término de una secuencia es 1 y el séptimo término es 2005. Cada término de la secuencia, después del segundo, es la suma de los dos términos previos. ¿Cuál es el octavo término de la secuencia?

- (A) 3258      (B) 2006      (C) 3508      (D) 4010      (E) 5002

27) María, Dora, Silvia, Elsa y Nelly están sentadas en un banco del parque. María no está sentada en el extremo derecho y Dora no está sentada en el extremo izquierdo. Silvia no está sentada en ningún extremo. Nelly no está sentada cerca de Silvia y Silvia no está sentada cerca de Dora. Elsa está sentada a la derecha de Dora, pero no necesariamente cerca de ella. ¿Quién está sentada en el extremo derecho?

- (A) María      (B) Silvia      (C) Nelly      (D) Dora      (E) Elsa

28) En un cubo cuyas medidas son de 3cm por lado ( $3 \times 3 \times 3$ ) y de peso 810 grs., se taladran unos agujeros con forma de paralelepípedos rectangulares y cuyas medidas son  $1 \times 1 \times 3$ , como se muestra en la figura. El peso en gramos del sólido que queda es.



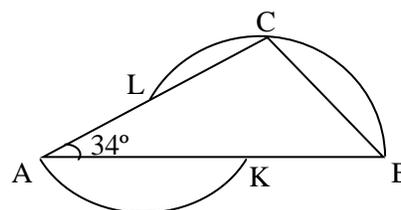
- (A) 540      (B) 570      (C) 590      (D) 600      (E) 660

29) Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  tres números reales tales que  $a < b < c$  y  $b^2 < c^2 < a^2$ .  
 ¿Cuántas de las siguientes relaciones son siempre verdaderas para estos números?

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{c}, \quad \frac{1}{a^2} < \frac{1}{c^2}, \quad a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0,$$

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

30) La figura está compuesta de un triángulo ABC y dos circunferencias de centros K y L. ¿Cuál es la medida del ángulo ABC?



- (A)  $68^\circ$       (B)  $42^\circ$       (C)  $32^\circ$       (D)  $35^\circ$       (E)  $39^\circ$