

**OLIMPIADA JUVENIL DE
MATEMÁTICA 2006
CANGURO MATEMÁTICO
PRUEBA PRELIMINAR
PRIMER AÑO DE DIVERSIFICADO**

1) ¿Cuál es el promedio de 2006 y 6002?

- (A) 4006 (B) 4004 (C) 4002 (D) 4000 (E) 3998

2) ¿Cuántos números de cuatro cifras (con todas sus cifras distintas) son divisibles por 2006?

- (A) 1 (B) 5 (C) 2 (D) 4 (E) 3

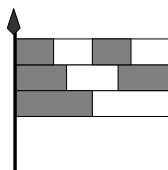
3) ¿Cuál es el menor número de diez cifras que puede ser obtenido colocando a los siguientes seis números: 309, 41, 5, 7, 68, y 2, en algún orden y uno seguido del otro?

- (A) 1 234 567 890 (B) 1 023 456 789 (C) 3 097 568 241
(D) 2 309 415 687 (E) 2 309 415 678

4) Dos lados de un triángulo tienen 7 cm de longitud cada uno. La longitud del tercer lado es un número entero medido en centímetros. A lo más, ¿cuántos centímetros puede medir el perímetro del triángulo?

- (A) 15 (B) 14 (C) 21 (D) 28 (E) 27

5) Una bandera consta de tres bandas de igual ancho, las cuales están divididas en dos, tres y cuatro partes iguales, respectivamente, como se muestra en la figura. ¿Qué fracción de la superficie de la bandera está sombreada?



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{9}$ (E) $\frac{4}{7}$

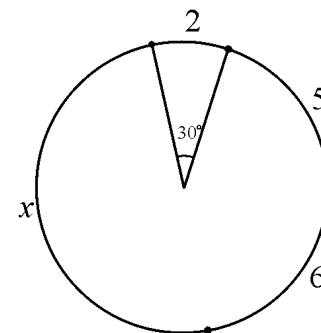
6) El reloj de mi abuela se adelanta un minuto cada hora. En cambio, el reloj de mi abuelo se retrasa medio minuto cada hora. Cuando yo salí de casa de mis abuelos, sincronice sus relojes y les dije a ellos que yo estaría de vuelta cuando la diferencia entre las horas de sus relojes fuese exactamente una hora. ¿Cuánto tiempo pasará desde mi salida hasta mi retorno?

- (A) 60 horas (B) 40 horas (C) 90 horas
(D) 12 horas (E) 14 horas y media

7) Pedro dice que el 25% de sus libros son novelas y que $\frac{1}{9}$ de sus libros son de poesía. Si se estima que él tiene entre 50 y 100 libros, ¿cuántos libros tiene Pedro?

- (A) 50 (B) 64 (C) 72 (D) 56 (E) 93

8) Una circunferencia es dividida en cuatro arcos de longitudes 2, 5, 6, x . Encuentre el valor de x , si el arco de longitud 2 subtende un ángulo de 30° al centro.



- (A) 8 (B) 9 (C) 10
(D) 11 (E) 12

9) Un paquete de caramelos de chocofrutas cuesta Bs 10 000. Hay un cupón dentro de cada paquete. Por cada tres cupones recibes otro paquete de caramelos de chocofrutas gratis. Bajo estas condiciones, ¿cuántos paquetes de caramelos de chocofrutas puedes obtener con Bs 150 000?

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 15 (E) 17

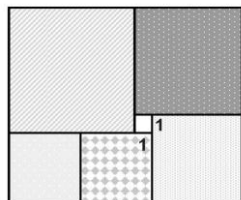
10) Los números a , b , c , d y e son positivos, tales que $ab = 2$, $bc = 3$, $cd = 4$, $de = 5$. ¿Cuál es el valor de e/a ?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{15}{8}$
(D) $\frac{4}{5}$ (E) Imposible de determinar

11) Una persona indiscreta le preguntó a Doña Alicia qué edad tenía. Doña Alicia respondió: “Si yo viviera hasta los 100 años, entonces mi edad es cuatro tercios de la mitad de los años que me quedan de vida”. ¿Cuál es la edad de Doña Alicia?

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 60 (E) 80

12) El rectángulo de la figura está dividido en seis cuadrados. La longitud de los lados del cuadrado más pequeño es 1 cm. ¿Cuál es la longitud de los lados del cuadrado más grande?



- (A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm
(D) 8 cm (E) 8 cm

13) Cada letra representa un dígito diferente, y cada dígito una letra distinta. ¿Qué dígito representa a la letra G?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) 5

$$\begin{array}{r} \text{K A N} \\ \text{K A G} \\ + \text{K N G} \\ \hline 2006 \end{array}$$

14) Mientras Nicolás está resolviendo uno de los problemas de la Preliminar de la Olimpiada Juvenil de Matemática, él realiza las siguientes conclusiones correctas:

- 1) Si la alternativa A es verdadera, entonces la alternativa B también lo es.
- 2) Si la alternativa C es falsa, entonces la B también lo es.
- 3) Si la alternativa B es falsa, entonces ni la D ni la E son verdaderas.

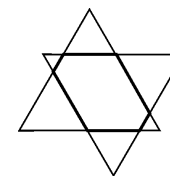
¿Cuál es la alternativa correcta del problema? (Recuerde que un problema tiene exactamente una alternativa correcta)

- (A) la D (B) la E (C) la A (D) la C (E) la B

15) Si la suma de tres números positivos es igual a 20, entonces el producto de los dos números más grandes es

- (A) siempre menor que 99 (B) siempre mayor que 0,001
(C) siempre distinto de 25 (D) siempre distinto de 75
(E) ninguno de los anteriores

16) Dos triángulos equiláteros idénticos de perímetro 18 cm se superponen de tal forma que sus lados respectivos sean paralelos. ¿Cuál es el perímetro del hexágono resultante?

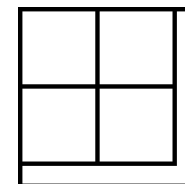


- (A) 10 cm (B) 11 cm (C) 12 cm (D) 13 cm (E) 14 cm

17) Una caja contiene 15 bolas que son de colores rojo y azul, 12 bolas pintadas mitad azules y mitad verdes, y 9 bolas que están pintadas mitad verdes y mitad rojas. ¿Cuál es el menor número de bolas que pueden ser seleccionadas de la caja con la certeza de garantizar que tendrás al menos siete bolas que comparten un mismo color?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

18) Un cuadrado de área 125 cm^2 fue dividido en cinco partes de igual área (cuatro cuadrados y una figura en forma de L como se muestra en la figura). Encuentre la longitud del lado más corto de la figura en forma de L.



- (A) 1 cm (B) 1,2 cm (C) $2(\sqrt{5}-2)$ cm
(D) $5(\sqrt{5}-2)$ cm (E) $3(\sqrt{5}-1)$ cm

19) ¿Cuál es el máximo número de cifras que puede tener un número si cada par de cifras consecutivas es un cuadrado perfecto?

- (A) 10 (B) 5 (C) 3 (D) 4 (E) 6

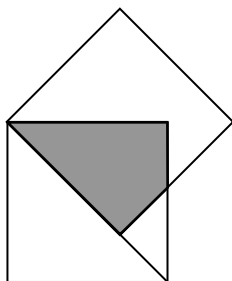
20) Una isla mágica es habitada por caballeros (los cuales siempre dicen la verdad) y mentirosos (los cuales siempre mienten). Un hombre sabio se encuentra a dos personas A y B de la isla y decide averiguar si eran caballeros o mentirosos. Cuando él le preguntó a A, “¿Ambos son caballeros?”, la respuesta de A no ayudó al sabio a determinar sus identidades. Cuando él le preguntó a A, “¿Son ambos del mismo grupo?”, la respuesta de A ayudó al sabio a identificarlos. ¿Cuáles eran las identidades de A y B?

- (A) ambos mentirosos (B) ambos caballeros
(C) A – caballero, B – mentiroso (D) B – caballero, A – mentiroso
(E) imposible de especificar

21) Un tren está conformado por una locomotora y 5 vagones, I, II, III, IV y V. ¿De cuántas formas pueden ser ordenados los vagones de manera que el vagón I siempre esté más cerca de la locomotora que el vagón II?

- (A) 120 (B) 60 (C) 48 (D) 30 (E) 10

22) Los dos cuadrados de la figura son de lado 1, tienen un vértice común y uno de los lados de uno de los cuadrados está contenido en la diagonal del otro como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



- (A) $\sqrt{2} + 1$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

- (D) $\sqrt{2} - 1$ (E) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

23) La familia Vidal está conformada por el padre, la madre y algunos hijos. El promedio de las edades de la familia Vidal es 18 años. El padre tiene 38 años y si se descarta la edad del padre, el promedio de la familia decrece a 14 años. ¿Cuántos niños hay en la familia Vidal?

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 5 (E) 6

24) A tres puntos de una circunferencia se les etiqueta con los números 1, 2 y 3. Luego, la suma de cada par de números vecinos es escrito entre ellos de manera que se obtienen 6 puntos numerados en la circunferencia como sigue: 1, 3, 2, 5, 3 y 4. Esta operación es repetida 4 veces más, obteniéndose 96 números en la circunferencia. ¿Cuál es la suma de todos estos números?

- (A) 486 (B) 1458 (C) 2187 (D) 4374 (E) 998

25) Cada cara de un cubo es pintado con un color distinto de una selección de seis colores. ¿Cuántos cubos distintos pueden obtenerse de esta manera?

- (A) 24 (B) 48 (C) 36 (D) 42 (E) 30

26) Si el producto de dos números enteros es igual a $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^7$, entonces su suma podría ser:

- (A) divisible por 8 (B) divisible por 5
 (C) divisible por 3 (D) divisible por 49
 (E) ninguna de las condiciones A) – D) pueden ser satisfechas

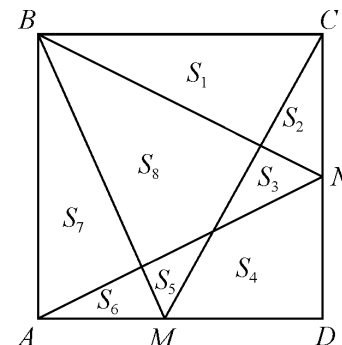
27) Halle el valor de $x - y$, si $x = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2005^2$ e $y = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 2004 \cdot 2006$.

- (A) 2005 (B) 2006 (C) 2004 (D) 2000 (E) 0

28) Y se define como la suma de los dígitos de X , y Z es la suma de los dígitos de Y . ¿Cuántos números naturales X satisfacen que $X + Y + Z = 60$?

- (A) más de 3 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 3

29) Los puntos M y N son elegidos arbitrariamente de los lados AD y DC , respectivamente, de un cuadrado $ABCD$. Luego, el cuadrado es dividido en ocho regiones de áreas S_1, S_2, \dots, S_8 como se muestra en el figura. ¿Cuáles de las siguientes expresiones es siempre igual a S_8 ?



- (A) $S_3 + S_4 + S_5$ (B) $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$ (C) $S_1 + S_4 + S_7$
 (D) $S_2 + S_5 + S_7$ (E) $S_2 + S_4 + S_6$.

30) Suponga que el resultado final de un partido de fútbol es $5 - 4$ a favor del equipo local. Si el equipo local anotó primero y mantuvo la ventaja hasta el final, ¿de cuántas maneras pudieron haberse anotado los goles?

- (A) 14 (B) 13 (C) 20 (D) 17 (E) 9