

**OLIMPIADA JUVENIL DE
MATEMÁTICA 2006
CANGURO MATEMÁTICO
PRUEBA PRELIMINAR
SEGUNDO AÑO DE DIVERSIFICADO**

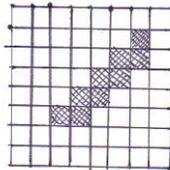
1) ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

- (A) 2005×2007 (B) 2006×2006 (C) 2004×2008
 (D) 2003×2009 (E) 2002×2010

2) ¿Con cuántos ceros termina el producto de los primeros 2006 números primos?

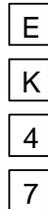
- (A) 0 (B) 26 (C) 9 (D) 2 (E) 1

3) Consideremos el perímetro y el área de la región correspondiente a los cuadrados sombreados. ¿Cuál es el máximo número de cuadrados blancos que podemos colorear de manera que la región sombreada aumente su área sin que se incremente su perímetro?



- (A) 0 (B) 7 (C) 18 (D) 16 (E) 12

4) Hay cuatro cartas en una mesa como se muestra en la figura. Cada carta tiene una letra de un lado y un número del otro lado. Eduardo dice: "De cada carta que hay en la mesa se sabe que si hay una vocal de un lado, entonces hay un número par del otro lado". ¿Cuál es el menor número de cartas que Alicia debe voltear para verificar que Eduardo dice la verdad?

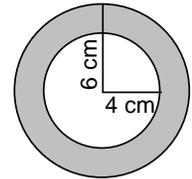


- (A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 1 (E) 2

5) Dos trenes con la misma longitud viajan en direcciones opuestas. El primero viaja a 100 km/h y el segundo a 120 km/h. Un pasajero del segundo tren observa que el primer tren le lleva exactamente 6 segundos en pasar completamente en frente de él. ¿Cuántos segundos le llevarían a un pasajero del primer tren observar al segundo tren pasar completamente frente a él?

- (A) 5 (B) 7 (C) entre 6 y 7 (D) 6 (E) más de 7

6) Una figura tiene la forma de un anillo creado con dos circunferencias concéntricas de radios 6 cm y 4 cm (ver diagrama). Una segunda figura tiene la forma de un círculo. ¿Cuál es el radio de esta figura si se sabe que tiene la misma área que la primera?



- (A) 4 cm (B) $2\sqrt{5}$ cm (C) 5 cm (D) $2\sqrt{6}$ cm (E) $\sqrt{10}$ cm

7) La diferencia entre cualquier par de números consecutivos de la lista a, b, c, d, e es la misma. Si $b = 5,5$, $e = 10$ y $a < b < c < d < e$, entonces el valor de a es:

- (A) 0,5 (B) 3 (C) 4 (D) 4,5 (E) 5

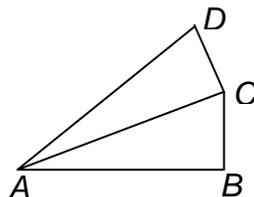
8) Si $4^x = 9$ y $9^y = 256$, entonces xy es igual a

- (A) 2006 (B) 48 (C) 36 (D) 4 (E) 10

9) Dos lados de un triángulo tienen 7 cm de longitud cada uno. La longitud del tercer lado es un número entero medido en centímetros. A lo más, ¿cuántos centímetros puede medir el perímetro del triángulo?

- (A) 14 (B) 27 (C) 21 (D) 15 (E) 28

10) En la figura, \overline{AB} tiene longitud 1; $m(\angle ABC) = m(\angle ACD) = 90^\circ$; $m(\angle CAB) = m(\angle DAC) = \theta$. ¿Cuál es la longitud de \overline{AD} ?



- (A) $\cos\theta + \tan\theta$ (B) $\frac{1}{\cos 2\theta}$
 (C) $\frac{1}{\cos^2 \theta}$ (D) $\cos 2\theta$ (E) $\cos^2 \theta$

11) Una ruleta de la fortuna tiene 37 números: 0 y los enteros positivos que hay desde el 1 hasta el 36. ¿Cuál es la probabilidad de que en la ruleta salga un número primo?

- (A) 5/18 (B) 11/36 (C) 11/37 (D) 12/37 (E) 1/3

12) El resto que se obtiene al dividir el número 1001 por cierto número de una cifra es 5. ¿Cuál es el resto que se obtiene al dividir el número 2006 por el mismo número de una cifra anterior?

- (A) 4 (B) 6 (C) 2 (D) 3 (E) 5

13) El radio de una señal de tránsito circular es de 20 cm. Cada una de las regiones más oscuras corresponde a un cuarto de círculo. El área de todos los 4 cuartos de círculo es igual a el área de la región más clara de la señal. ¿Cuál es el radio del círculo que forman los 4 cuartos?



- (A) $10\sqrt{2}$ cm (B) $4\sqrt{5}$ cm (C) $20/3$ cm
 (D) 12,5 cm (E) 10 cm

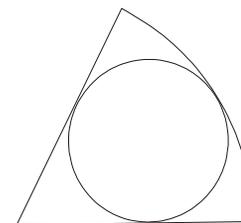
14) Sean a , b y c números primos tales que $a > b > c$. Si $a + b + c = 78$ y $a - b - c = 40$ entonces $abc =$

- (A) 438 (B) 590 (C) 1062 (D) 2006 (E) 1239

15) Dieciséis equipos juegan en una liga de voleibol. Cada equipo juega un partido contra cada uno de los demás equipos. Por cada juego, el equipo ganador obtiene 1 punto y el perdedor, 0 puntos. No hay empates. Después de todos los juegos, los puntajes de cada uno de los equipos, ordenados en forma creciente forman una progresión aritmética. ¿Cuántos puntos obtuvo el equipo que quedó en el último lugar?

- (A) 3 (B) 2 (C) 1
 (D) La situación descrita no es posible
 (E) La respuesta es otro número distinto a las alternativas

16) La razón entre los radios del sector circular y del círculo inscrito en el sector circular en la figura es 3:1. Luego, la razón entre sus áreas es:



- (A) 5:4 (B) 4:3 (C) 3:2
 (D) 6:5 (E) 5:3

17) El año pasado había 30 niños más que niñas en el coro de la escuela. Este año, el número de miembros del coro se incrementó en un 10%, el número de niñas se incrementó en un 20% y el número de niños en un 5%. ¿Cuántos miembros tiene el coro este año?

- (A) 132 (B) 121 (C) 110 (D) 99 (E) 88

18) Las celdas de un tablero 4x4 son coloreados de blanco y negro como se muestra en la Fig. 1. Un movimiento permitido es el intercambio de dos celdas ubicadas en la misma fila o en la misma columna. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para obtener la Fig. 2?

- (A) no es posible (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

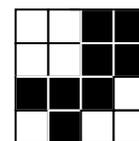


Fig. 1

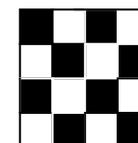
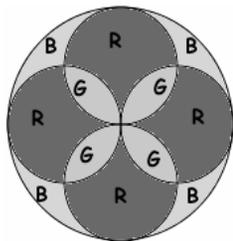


Fig. 2

19) ¿Cuál de las siguientes fórmulas corresponde a la de una función cuyo gráfico tiene al eje Y como eje de simetría?

- (A) $y = x^2 + x$ (B) $y = x \operatorname{sen} x$ (C) $y = x \operatorname{cos} x$
 (D) $y = x^2 \operatorname{sen} x$ (E) $y = x^3$

20) En una iglesia hay una ventana con forma de rosa como se muestra en la figura, donde las letras R, G y B representan los vidrios de color rojo, gris y beige, respectivamente. Si se sabe que han sido usados 400 cm^2 de vidrio gris, ¿cuántos cm^2 de vidrio beige fue necesario utilizar?

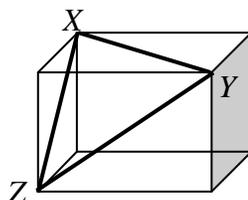


- (A) 400 (B) 396 (C) 120π (D) $90\sqrt{2}\pi$ (E) 382

21) Bajo el supuesto de que los números a y b son ambos mayores que 1, ¿cuál de las siguientes fracciones tiene el mayor valor?

- (A) $\frac{a}{b+1}$ (B) $\frac{a}{b-1}$ (C) $\frac{2a}{2b+1}$ (D) $\frac{2a}{2b-1}$ (E) $\frac{3a}{3b+1}$

22) Las longitudes de los lados del triángulo XYZ son 8 cm, 9 cm y $\sqrt{55}$ cm. Encuentre la longitud de la diagonal XA del paralelepípedo rectangular que corresponde a lo que se muestra en la figura.



- (A) $\sqrt{90}$ cm (B) 11 cm (C) $\sqrt{120}$ cm (D) 10 cm (E) $\sqrt{200}$ cm

23) ¿Para cuántos valores reales de b la ecuación $x^2 - bx + 80 = 0$ tiene dos soluciones enteras distintas, positivas y pares?

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0 (E) infinitos

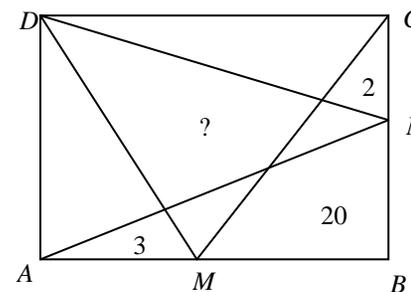
24) Un tren está conformado por una locomotora y 5 vagones, I, II, III, IV y V. ¿De cuántas formas pueden ser ordenados los vagones de manera que el vagón I siempre esté más cerca de la locomotora que el vagón II?

- (A) 120 (B) 60 (C) 48 (D) 30 (E) 10

25) De una lista de diez números naturales consecutivos, Pablo remueve a uno de ellos. La suma de los nueve números restantes es 2006. El número removido es:

- (A) 219 (B) 218 (C) 220 (D) 225 (E) 227

26) Los puntos M y N se encuentran ubicados en los lados AB y BC del rectángulo $ABCD$. Luego, el rectángulo es dividido en varias regiones como se muestra en la figura. Las áreas de 3 de esas regiones están dadas en la figura. Encuentre el área del cuadrilátero marcado con “?”.



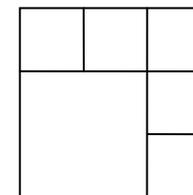
- (A) 20 (B) 21 (C) 25 (D) 26

(E) No hay suficiente información.

27) Un examen está compuesto por 10 preguntas de “verdadero” y “falso”. Si respondes 5 cualquiera de las preguntas con “verdadero” y las otras 5 como “falso”, es seguro que el número de respuestas correctas será de al menos 4. ¿Cuántas configuraciones de exámenes de este tipo pueden tener esta propiedad?

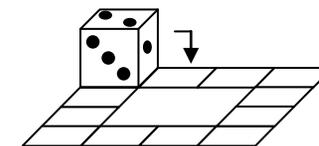
- (A) 5^5 (B) 252 (C) 2 (D) 10 (E) 22

28) ¿De cuántas maneras pueden ser escritos en los cuadrados de la figura los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 (uno en cada cuadrado) de manera que no hayan cuadrados adyacentes cuya diferencia de los números escritos en ellos sea 3? (Los cuadrados que comparten solo un vértice no son considerados adyacentes)



- (A) 3×5^2 (B) 3^6 (C) 6^3 (D) 2×3^5 (E) 3×2^5

29) Un dado se encuentra en la posición mostrada en la figura. Si se rueda como se indica en la figura, ¿cuántas veces deberá hacer el recorrido por el camino cuadrado de manera que retorne a la posición inicial con todas las mismas caras que tenía al empezar el recorrido?



- (A) Es imposible hacerlo (B) 2 (C) 1 (D) 4 (E) 3

30) ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a h ?

- (A) $\sin(2x)$ (B) $\sin^2 x$ (C) $2 \sin x$
(D) $\cos(2x)$ (E) $\cos^2 x$

