OLIMPÍADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2007
CANGURO MATEMÁTICO
PRUEBA PRELIMINAR
PRIMER AÑO DE DIVERSIFICADO

RESPONDE LA PRUEBA EN
LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA

1. En la tabla deben haber dos cuadrados marcados con la letra A y dos cuadrados marcados con la letra B en cada fila y en cada columna. ¿Qué letras deben estar en las casillas marcadas con **X** e **Y**? **XY**=

A		A	
		A	
	X		B
	Y		

Ⓐ AA Ⓑ AB Ⓒ BA Ⓓ BB Ⓔ Es imposible

2. $2007 - (2006 - (2005 - (\ldots - (2 - 1))\ldots))) =$

Ⓐ 1 Ⓑ 1000 Ⓒ 1003 Ⓓ 1004 Ⓔ 2006

3. Los puntos $A = (2006, 2007)$, $B = (2007, 2006)$, $C = (-2006, -2007)$, $D = (2006, -2007)$ y $E = (2007, -2006)$ son marcados en un sistema de coordenadas cartesianas. El segmento horizontal es

Ⓐ $\overline{AB}$ Ⓑ $\overline{BE}$ Ⓒ $\overline{AD}$ Ⓓ $\overline{BC}$ Ⓔ $\overline{CD}$

4. José, Rafael y Eduardo tienen 30 pelotas en total. Si José le da 5 de sus pelotas a Rafael, Rafael le da 4 a Eduardo y Eduardo le da 2 a José, entonces cada uno de ellos tendrá el mismo número de pelotas. ¿Cuántas pelotas tenía Eduardo al principio?

Ⓐ 13 Ⓑ 12 Ⓒ 11 Ⓓ 9 Ⓔ 8

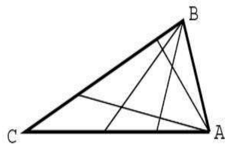
5. Una organización internacional tiene 32 miembros. ¿Cuántos miembros tendrá dentro de 3 años si el número de miembros aumenta cada año con respecto al anterior en un 50 %?

Ⓐ 182 Ⓑ 128 Ⓒ 108 Ⓓ 96 Ⓔ 80

6. Sebastián tiene 2007 pelotas de tres posibles colores: amarillo, verde y azul. Si por cada pelota amarilla hay tres pelotas verdes y cinco azules, el número de pelotas verdes es

Ⓐ 223 Ⓑ 446 Ⓒ 669 Ⓓ 892 Ⓔ 111

7. En la figura, se muestra un triángulo ABC en el que aparecen trazados dos segmentos que parten del vértice A y dos segmentos que parten del vértice B. Los extremos finales de estos segmentos están en los lados opuestos a dichos vértices. Nótese que estos segmentos dividen al triángulo en nueve "partes". Si se trazaran cuatro segmentos que partan del vértice A y cuatro segmentos que partan del vértice B hasta sus respectivos lados opuestos, ¿cuál es el número de "partes" en las que queda dividido el triángulo?



(A) 16 (B) 25 (C) 36 (D) 42 (E) 49

8. Cuando en una feria se anunciaron los resultados de una rifa, el moderador dijo: *"Los tickets ganadores son aquellos cuyos números tienen al menos 5 dígitos y tales que a lo más tres de sus dígitos son mayores que 2"*. Más tarde, el animador recibió tickets con los números 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. ¿Cuántos de estos números corresponden a tickets ganadores?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

9. Se tienen 15 números naturales consecutivos en el que el mayor de ellos es impar. Si la suma de todos los números pares es "a", entonces el menor de los 15 números es

(A) $\frac{a}{7} - 7$ (B) $a - 15$ (C) $\frac{a}{8}$ (D) $\frac{a}{16} - 16$ (E) $a - 8$

10. En un triángulo ABC, D es el punto medio de $\overline{AB}$, E es el punto medio de $\overline{DB}$ y F es el punto medio de $\overline{BC}$. Si el área de $\triangle ABC$ es 96, entonces el área de $\triangle AEF$ es

(A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 36 (E) 48

11. Un grupo de estudiantes estaba resolviendo un interesante problema de la competencia *Canguro Matemático*. El número de muchachos que resolvieron el problema fue el mismo número de muchachas que no resolvieron el problema. ¿Qué son más: el número de personas que resolvieron el problema o el de muchachas?

Ⓐ Muchachas Ⓑ Personas que resolvieron el problema

Ⓒ Son las mismas cantidades Ⓓ Imposible de saber

Ⓔ La situación no es posible

12. Una secuencia de letras PUNTOPUNTO...PUNTO contiene 20 veces seguidas la palabra PUNTO. Realizamos el siguiente procedimiento: Se borran las letras que ocupan las posiciones impares (de izquierda a derecha) y se repite el procedimiento una y otra vez con lo que quede hasta que sólo quede una letra por borrar. Esta letra será la

Ⓐ P Ⓑ U Ⓒ N Ⓓ T Ⓔ O

13. Para obtener el número 8^8, el exponente que al que debemos elevar el número 4^4 es

Ⓐ 2 Ⓑ 3 Ⓒ 4 Ⓓ 8 Ⓔ 16

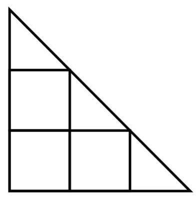
14. Si $a \otimes b = a\sqrt{b}$, entonces el valor de $(\sqrt{18} \otimes 2) \otimes (\sqrt{3} \otimes 48)$ es

Ⓐ $\sqrt{6\sqrt{12}}$ Ⓑ 6 Ⓒ $18\sqrt{2}$ Ⓓ 72 Ⓔ $12\sqrt{3}$

15. Dos escuelas jugarán una contra otra en un partido de tenis de mesa. Por cada escuela hay cinco estudiantes que las representan. Sólo pueden jugar por parejas. Cada pareja de un a escuela debe jugar contra otra pareja de la otra escuela sólo una vez. Luego, el número de partidos que debe jugar cada estudiante es

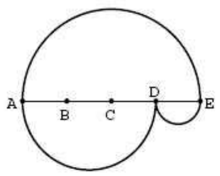
Ⓐ 50 Ⓑ 40 Ⓒ 30 Ⓓ 20 Ⓔ 10

16. ¿De cuántas maneras se puede ir desde el extremo superior de la hipotenusa hasta el extremo inferior de la misma en el triángulo rectángulo de la figura si sólo puedes bajar, ir a la derecha o por la hipotenusa?



Ⓐ 6 Ⓑ 10 Ⓒ 11 Ⓓ 14 Ⓔ 15

17. $\overline{AE}$ es dividido en cuatro partes iguales y se trazan semicircunferencias tomando a $\overline{AE}$, $\overline{AD}$ y $\overline{DE}$ como diámetros, creando caminos de A a E como se muestra. Determine la razón entre la longitud del camino superior y la longitud del camino inferior.



Ⓐ $1:1$ Ⓑ $2:3$ Ⓒ $1:2$ Ⓓ $3:2$ Ⓔ $2:1$

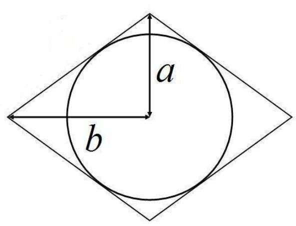
18. Una isla es habitada por mentirosos y nobles (los mentirosos siempre dicen mentiras y los nobles siempre dicen la verdad). Un día 12 habitantes de la isla, una mezcla de nobles y mentirosos, se encontraban juntos y hicieron algunas afirmaciones. Dos de ellos dijeron: *"Exactamente dos personas de todos nosotros son mentirosos"*. Otros cuatro de ellos dijeron: *"Exactamente cuatro personas de todos nosotros son mentirosos"*y los 6 restantes afirmaron: *"Exactamente seis personas de todos nosotros son mentirosos"*. ¿Cuántos mentirosos habían en el grupo?

Ⓐ 2 Ⓑ 10 Ⓒ 4 Ⓓ 8 Ⓔ 6

19. Un trapecio es construido al cortar una esquina de un triángulo equilátero. Luego, dos copias de ese trapecio son pegados lado a lado para formar un paralelogramo. El perímetro de este paralelogramo es 10 cm más largo que el perímetro del triángulo original. ¿Cuál era el perímetro del triángulo original?

Ⓐ 10 cm Ⓑ 20 cm Ⓒ 30 cm Ⓓ 40 cm Ⓔ 60 cm

20. El radio del círculo inscrito en el rombo dado es

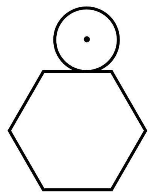


Ⓐ $\dfrac{2a}{b}$ Ⓑ $\dfrac{2b}{a}$ Ⓒ $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ Ⓓ $\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ Ⓔ $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$

21. En cierta villa, no hay dos personas con el mismo número de cabellos. Nadie tiene exactamente 2007 cabellos. José es quien tiene el mayor número de cabellos de la villa. El número de habitantes de la villa es mayor al número de cabellos que tiene José. ¿Cuál es el número máximo de habitantes que puede tener la villa?

    (A) 0 (B) 2006 (C) 2007 (D) 2008 (E) 2009

22. Una moneda de diámetro 1 cm rueda por el borde de un hexágono regular de lado 1 cm como se muestra en la figura. La longitud, en centímetros, del camino cerrado que traza el centro de la moneda es

    (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) $6+\pi$ (E) $6+2\pi$

23. En una caja de seguridad hay algunos estuches (de hecho, hay más de uno). Todos los estuches tienen el mismo número de diamantes (hay al menos dos diamantes en cada estuche). Si se conociera el número total de diamantes que hay en la caja de seguridad, entonces el número de estuches se podría deducir sin duda alguna. El número total de diamantes es mayor que 200 pero menor que 300. ¿Cuántos estuches hay en la caja de seguridad?

    (A) 17 (B) 15 (C) 19 (D) 25 (E) 16

24. En una fiesta, cinco amigos van a entregarse regalos unos a otros de manera que cada uno entrega exactamente un regalo y recibe exactamente uno (por supuesto, nadie recibe su propio regalo). ¿De cuántas formas es esto posible?

    (A) 44 (B) 120 (C) 10 (D) 50 (E) 5

25. Sea n el menor entero positivo que puede ser escrito como la suma de 9 enteros positivos consecutivos y también como la suma de 10 enteros positivos consecutivos. ¿Cuál es el dígito de las decenas de n?

    (A) 5 (B) 3 (C) 1 (D) 4 (E) 2

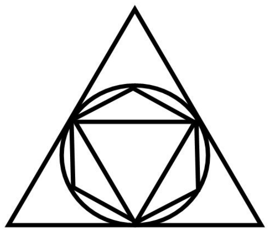
26. Sea A el menor número entero positivo con la siguiente propiedad: $10A$ es un cuadrado perfecto y $6A$ es un cubo perfecto. ¿Cuántos dígitos tiene el número A?

    (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

27. Sea N un entero positivo tal que al ser dividido por 4 deja resto 1 y al ser dividido por 5 deja resto 3. El resto que deja N al ser dividido por 20 es

Ⓐ 4 Ⓑ 5 Ⓒ 13 Ⓓ 16 Ⓔ 19

28. Un triángulo equilátero y un hexágono regular son inscritos en una cinrcunferencia, que a su vez está inscrita en un tríangulo equilátero (ver figura). S_1 es el área del triángulo grande, S_2 el área del triángulo pequeño y S_3 el área del hexágono. ¿Cuál de las siguientes igualdades es siempre cierta?



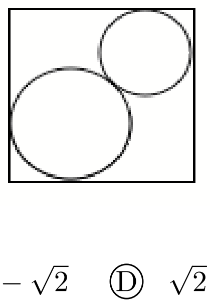
Ⓐ $S_1 = S_2 + S_3$ Ⓑ $S_3 = \dfrac{S_1 + S_2}{2}$ Ⓒ $S_1 = S_3 + 3S_2$

Ⓓ $S_3 = \sqrt{S_1^2 \times S_2^2}$ Ⓔ $S_3 = \sqrt{S_1 \times S_2}$

29. Las soluciones reales de la ecuación cuadrática $x^2 - 3x + 1 = 0$ son a y b. El valor de $a^3 + b^3$ es

Ⓐ 24 Ⓑ 18 Ⓒ 16 Ⓓ 14 Ⓔ 12

30. Dos circunferencias tienen sus centros en la misma diagonal de un cuadrado. Ellas son tangentes entre sí y con los lados del cuadrado como se muestra en la figura. El cuadrado tiene lado 1 cm. ¿Cuál es la suma, en centímetros, de las longitudes de los radios de las circunferencias?



Ⓐ $\dfrac{1}{2}$ Ⓑ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ Ⓒ $2 - \sqrt{2}$ Ⓓ $\sqrt{2} - 1$ Ⓔ 1