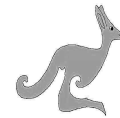


**OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2007**  
**CANGURO MATEMÁTICO**  
**PRUEBA PRELIMINAR**  
**SEGUNDO AÑO DE DIVERSIFICADO**



*RESPONDE LA PRUEBA EN  
 LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA*

1. Miguel está construyendo carreteras



Él notó que el orden en que los carros llegan al final no es el mismo que tenían al principio. ¿Por cuál de las alternativas dadas Miguel puede reemplazar la X del principio para llegar al orden que tienen los carros al final?

- (A)                      (B)                      (C)                      (D)                      (E)



2. José, Rafael y Eduardo tienen 30 pelotas en total. Si José le da 5 de sus pelotas a Rafael, Rafael le da 4 a Eduardo y Eduardo le da 2 a José, entonces cada uno de ellos tendrá el mismo número de pelotas. ¿Cuántas pelotas tenía Eduardo al principio?

- (A) 11    (B) 9    (C) 13    (D) 8    (E) 12

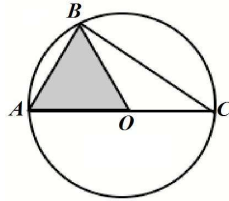
3.  $\frac{\text{sen}1^\circ}{\text{cos}89^\circ}$  es igual a

- (A) 0    (B)  $\text{tg}1^\circ$     (C)  $\text{ctg}1^\circ$     (D)  $\frac{1}{89}$     (E) 1

4. Para la prueba de admisión de cierta universidad, un estudiante debe responder correctamente al menos el 80% de las preguntas de la prueba. Después que Pedro ha trabajado 15 de las preguntas de la prueba se da cuenta que no conoce la respuesta de 5 de ellas, pero está seguro de haber respondido correctamente las otras 10. Si Pedro responde correctamente el resto de las preguntas de la prueba, entonces habrá respondido correctamente el 80% de las preguntas de la prueba. ¿Cuántas preguntas tiene la prueba?

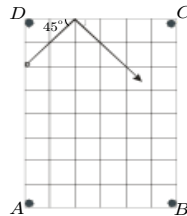
- (A) 40    (B) 30    (C) 35    (D) 20    (E) 25

5. Si el área de la región sombreada es  $\sqrt{3}$ , ¿cuál es el área del triángulo  $ABC$  que está inscrito en la circunferencia de centro  $O$  (ver figura)?



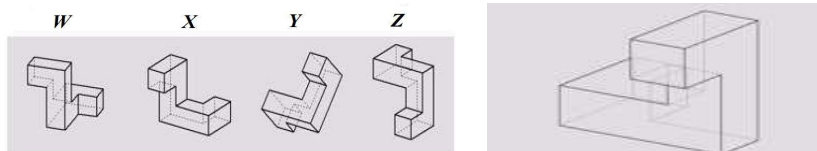
- (A)  $4\sqrt{3}$  (B) 4 (C)  $2\sqrt{3}$  (D) 2 (E) 3

6. Una bola de billar golpea el borde de la mesa en un ángulo de  $45^\circ$  como se muestra en la figura. ¿A cuál de las esquinas llegará?



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) No llega a ninguna

7. ¿Cuál de los siguientes objetos pueden ser creados rotando la figura dada en el espacio?

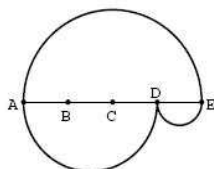


- (A) X y Z (B) W e Y (C) Sólo Y (D) W, X e Y (E) Todos

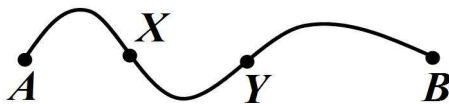
8. La cantidad de números naturales de tres cifras  $n = \overline{abc}$ , ( $a \neq 0$ ), para los cuales se cumple que  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  es

- (A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

9. Dada la ecuación  $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ , donde  $x$  e  $y$  son enteros, el valor de  $x$  es
- (A) 3    (B) 2    (C) 1    (D) 0    (E) -1
10. El ángulo  $\beta$  mide un 25% menos que el ángulo  $\gamma$  y mide un 50% más que el ángulo  $\alpha$ . El ángulo  $\gamma$  mide:
- (A) un 25% más que  $\alpha$                       (B) un 50% más que  $\alpha$   
 (C) un 75% más que  $\alpha$                       (D) un 100% más que  $\alpha$   
 (E) un 125% más que  $\alpha$
11.  $\overline{AE}$  es dividido en cuatro partes iguales y se trazan semicircunferencias tomando a  $\overline{AE}$ ,  $\overline{AD}$  y  $\overline{DE}$  como diámetros, creando caminos de  $A$  a  $E$  como se muestra. Determine la razón entre la longitud del camino superior y la longitud del camino inferior.



- (A) 1 : 2    (B) 2 : 3    (C) 1 : 1    (D) 3 : 2    (E) 2 : 1
12. Algunos historiadores consideran que los antiguos egipcios usaban una cuerda con dos nudos para construir un ángulo recto. Si la longitud de la cuerda es de 12 m y uno de los nudos se encuentra en el punto  $X$ , a 3 m de distancia del extremo  $A$  de la cuerda, ¿a qué distancia del extremo  $B$  de la cuerda debe hacerse el segundo nudo (punto  $Y$ ) para obtener un ángulo recto en  $X$  al construir un triángulo con la cuerda (uniendo los extremos  $A$  y  $B$ )?



- (A) 2 m    (B) 3 m    (C) 4 m    (D) 5 m    (E) 6 m

13. El menor número de personas que deberá haber en una cafetería, para que al menos dos de ellas sean del mismo sexo y hayan nacido en el mismo mes es
- (A) 13 (B) 25 (C) 32 (D) 12 (E) 37
14. Dado un cuadrado  $ABCD$  de lado 1, se dibujan todos los cuadrados que compartan al menos dos vértices con  $ABCD$ . El área de la región conformada por todos los puntos cubiertos por al menos uno de estos cuadrados es:
- (A) 5 (B) 8 (C) 9 (D) 6 (E) 7
15. ¿Cuál es el valor de  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$ ?
- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 10 (E)  $\pi$
16. El mayor valor del cociente que se puede obtener al dividir un número de tres cifras entre la suma de sus dígitos es
- (A) 97 (B) 98 (C) 99 (D) 100 (E) 101
17. La suma de cinco enteros consecutivos es igual a la suma de los próximos tres enteros consecutivos. El mayor de esos ocho números es
- (A) 11 (B) 9 (C) 30 (D) 8 (E) 60
18. Tomás nació el día en que su madre cumplía 20 años. ¿Cuántas veces ocurrirá que la edad de Tomás será un divisor de la edad de su madre bajo el supuesto de que ambos vivirán vidas muy largas?
- (A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 5 (E) 6
19. Las raíces de la ecuación  $\sqrt{|(1+x)(1-|x|)|} = 0$  son
- (A) 0 y 1 (B) -1 y 0 (C) -1 y 1  
(D) 1 solamente (E) -1 solamente
20. En la clase de matemáticas el profesor dibuja en la pizarra un triángulo equilátero  $ABC$  y le pide a Luis que dibuje un nuevo triángulo cuyos lados sean paralelos a los lados de  $ABC$  y haya exactamente 1 cm de distancia entre los lados de  $ABC$  y los del nuevo triángulo. ¿Cuál es el máximo número de triángulos diferentes que podría llegar a dibujar Luis?
- (A) 4 (B) 3 (C) 1 (D) 8 (E) 2

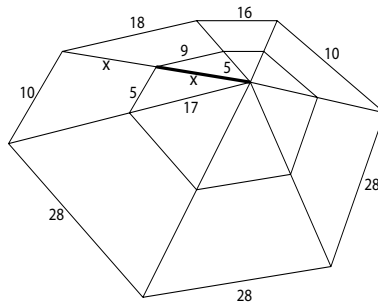
21. ¿Cuál de los siguientes números no puede ser escrito como  $x + \sqrt{x}$ , si  $x$  es un entero?

- (A) 90 (B) 870 (C) 60 (D) 110 (E) 30

22. Si  $y = \frac{2x}{3x+4}$ , entonces  $x$  es igual a

- (A)  $\frac{3y+4}{2y}$  (B)  $\frac{3y}{2y+4}$  (C)  $\frac{2y+4}{4y}$  (D)  $\frac{4y}{2-3y}$  (E)  $\frac{2y}{3y+4}$

23. Una araña con habilidades matemáticas teje una red en la que algunos de sus lados tienen longitudes como se muestran en la figura. Si el número entero  $X$  es la longitud del segmento señalado, halle su valor.



- (A) 13 (B) 19 (C) 11 (D) 17 (E) 15

24. Si  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$  y  $f(-1) = f(1) = 0$ , entonces el valor de  $b$  es

- (A) -2 (B) -4 (C) 0 (D) 4 (E) 2

25. Si  $\log_b a = c$  y  $\log_x b = c$ , entonces  $\log_a x$  es igual a

- (A)  $a$  (B)  $c^{-2}$  (C)  $b^2$  (D)  $b$  (E)  $abc^2$

26. La suma  $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999 \dots 999}_{2007}$  es igual al número de  $n$  cifras

$\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ . El valor de  $a_{2007}$  es

- (A) 3 (B) 1 (C) 4 (D) 0 (E) 5

27. La sucesión  $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$ , se construye según la siguiente regla:  $x_1 = 12$ ,  $x_2 = 1^2 + 2^2 = 5$ ,  $x_3 = 5^2 = 25$ ,  $x_4 = 2^2 + 5^2 = 29, \dots$ , es decir, cada término se obtiene sumando los cuadrados de los dígitos del término anterior. El valor de  $x_{2007}$  es
- (A) 37   (B) 58   (C) 145   (D) 89   (E) 42
28. En una fiesta, cinco amigos van a entregarse regalos unos a otros de manera que cada uno entrega exactamente un regalo y recibe exactamente uno (por supuesto, nadie recibe su propio regalo). ¿De cuántas formas es esto posible?
- (A) 50   (B) 10   (C) 5   (D) 120   (E) 44
29. Si dividimos a 336 entre el número natural  $n$  el resto es 2. Por tanto, el resto que se obtiene al dividir 2007 entre  $n$  es
- (A) 100   (B) 3   (C) 2   (D) 1   (E) 0
30. La secuencia creciente 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... incluye a todas las potencias de 3 y a todos los números que pueden ser escritos como la suma de diferentes potencias de 3. ¿Cuál es el elemento que ocupa la posición 100 en la secuencia?
- (A) 1234   (B) 2401   (C) 981   (D) 150   (E)  $3^{100}$