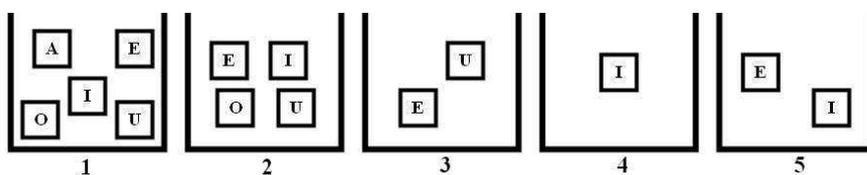


OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2008
CANGURO MATEMÁTICO
PRUEBA PRELIMINAR
1° Y 2° AÑO DE DIVERSIFICADO
RESPONDE LA PRUEBA EN
LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA



1. Miguel tiene cinco cajas que contienen algunas cartas marcadas con las letras A, E, I, O y U, como se muestra en la figura. Él quiere eliminar cartas de las cajas de manera que, al final, cada caja contenga una sola carta y que ningún par de cajas contenga cartas marcadas con la misma letra. ¿Qué letra tendrá la carta que quedará en la caja 2?



- A E B U C O D I E A
2. En lo siguiente, las letras A, B, C, D y E representan dígitos distintos.

$$A + A + A = B$$

$$C + C + C = D$$

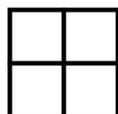
$$B + D = E$$

¿Cuál es el valor de “ E ”?

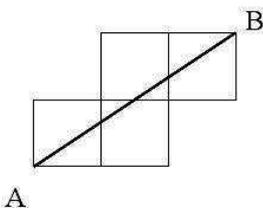
- A 0 B 2 C 6 D 8 E 9
3. ¿Cuál es la menor cantidad de letras que se deben quitar de la palabra **CONCURSO** de tal forma que las restantes queden en orden alfabético?
- A 1 B 2 C 3 D 4 E 5
4. Para festejar el día de fin de año José vestía una franela con el número 2008 estampado en ella. José se paró de manos frente a un espejo mientras su amigo Manuel observaba. ¿Qué observó Manuel en el espejo?

- A 2008 B 5008 C 8002 D 8005 E 2005

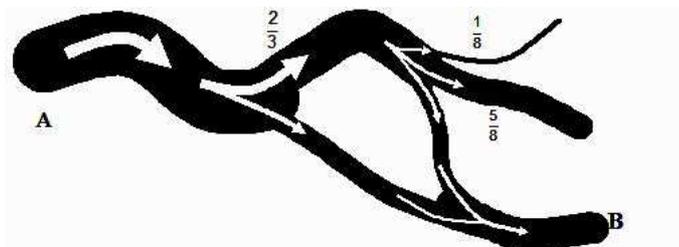
5. Los números 3, 4 y otros dos números deben escribirse en las celdas de la tabla 2×2 que se muestra en la figura. Sabemos que la suma de los números de las filas deben ser igual a 5 y 10 y la suma de los números de una de las columnas debe ser igual a 9. El mayor de los números desconocidos es:



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 3
6. Si $x + y = 0$ y $x \neq 0$, entonces $\frac{x^{2008}}{y^{2008}} =$
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2^{2008} (E) $\frac{x}{y}$
7. ¿Cuál es la longitud del segmento AB si los cuadrados de la figura son de lado 1?

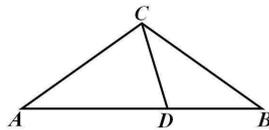


- (A) 5 (B) $\sqrt{13}$ (C) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ (D) $\sqrt{5}$
 (E) Ninguna de las anteriores
8. La cabecera de un río está en el punto A. Éste fluye por su cauce y se divide en dos ramas. La primera rama toma $\frac{2}{3}$ del agua y la otra rama el resto. Luego, la primera rama se distribuye en tres nuevas donde la primera toma un octavo del efluente, la segunda cinco octavos y la tercera el resto. Esta última subrama se conecta con la otra rama del río como se muestra en la figura. ¿Qué proporción de agua inicial fluye por el punto B?



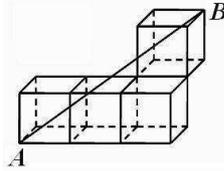
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{4}$

9. Cada dígito, comenzando por el tercero (leyendo de izquierda a derecha), en una representación decimal de ciertos números de seis cifras es igual a la suma de los dos dígitos anteriores. ¿Cuántos números de seis cifras poseen dicha propiedad?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 6
10. Francisco y Gabriel compitieron en una carrera de 200 metros. Gabriel completó los 200 metros en la mitad de un minuto, mientras que Francisco lo hizo en una centésima parte de una hora. ¿Quién completó el recorrido en el menor tiempo?
- (A) Gabriel, por 36 segundos de diferencia con Francisco
 (B) Francisco, por 24 segundos de diferencia con Gabriel
 (C) Gabriel, por 6 segundos de diferencia con Francisco
 (D) Francisco, por 4 segundos de diferencia con Gabriel
 (E) Los dos hicieron igual tiempo
11. Dados los siguientes siete números $-9; 0; -5; 5; -4, -1, -3$, se toman seis de forma que por parejas tengan la misma suma. ¿Cuál es el número que queda fuera?
- (A) 5 (B) 0 (C) -3 (D) -4 (E) -5
12. Si tenemos que $x^2yz^3 = 7^3$ y $xy^2 = 7^9$, entonces $xyz =$
- (A) 7^4 (B) 7^6 (C) 7^8 (D) 7^9 (E) 7^{10}
13. Tomás y Javier tienen dos rectángulos iguales. Cada uno corta su rectángulo en dos. Tomás obtiene dos rectángulos de perímetro 40 cm mientras que Javier obtiene dos rectángulos de perímetro 50 cm. ¿Cuál era el perímetro de los rectángulos iniciales?
- (A) 40 cm (B) 50 cm (C) 60 cm (D) 80 cm (E) 100 cm
14. En un triángulo isósceles ABC ($CA = CB$), el punto D está marcado en el lado AB de forma que $AD = AC$ y $DB = DC$ como se muestra en figura. La medida del ángulo $\angle ACB$ es:

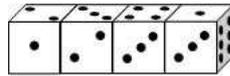


- (A) 110° (B) 108° (C) 104° (D) 100° (E) 98°
15. Se sabe que $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$. Si $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, entonces el valor de n es
- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

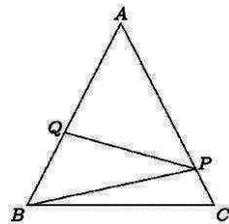
16. Cada uno de los cubos de la figura tiene lado de medida 1 cm. ¿Cuál es la medida del segmento AB ?



- (A) $\sqrt{17}$ (B) 7 (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{7}$ (E) $\sqrt{14}$
17. Cuatro dados idénticos se arreglan en una fila como se muestra en la figura. Los dados pueden no ser estándares, es decir, la suma de sus caras opuestas podría no ser necesariamente 7. ¿Cuál es la suma total de los puntos de las seis caras que se tocan de los dados de la figura?

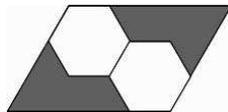


- (A) 23 (B) 21 (C) 19 (D) 22 (E) 20
18. La figura muestra un triángulo isósceles con $AB = AC$. Si PQ es perpendicular a AB , la medida del ángulo $\angle BPC$ es 120° y la medida del ángulo $\angle ABP$ es 50° , luego la medida del ángulo $\angle PBC$ es:



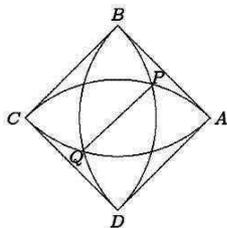
- (A) 10° (B) 5° (C) 15° (D) 25° (E) 20°
19. Se proponen 5 problemas en una competencia matemática. Como cada problema es de diferente nivel de dificultad, ningún problema vale igual que otro (todos los puntajes son enteros positivos). Felipe resolvió los cinco problemas y obtuvo un total de 10 puntos por los dos problemas de menor puntaje, y un total de 18 puntos por los dos problemas de mayor valor. ¿Cuántos puntos, en total, obtuvo Felipe en la prueba?
- (A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 35 (E) 40

20. En la figura, ambos hexágonos son regulares y congruentes. ¿Qué fracción del área del paralelogramo se encuentra sombreada?

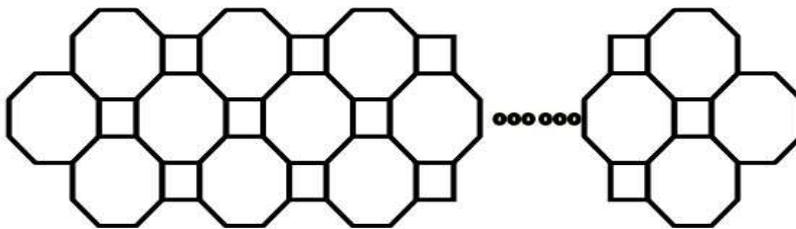


- (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$
21. Diremos que tres números primos distintos son *especiales* si el producto de estos números es cinco veces la suma de éstos. ¿Cuántos grupos de números primos *especiales* existen? (Nota: Grupos como $\{1, 2, 3\}$ y $\{3, 2, 1\}$ se consideran iguales.)
- (A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 1 (E) 0
22. ¿Cuántas parejas de números reales existen tales que la suma, el producto y el cociente de dichos números sea igual?
- (A) 1 (B) 8 (C) 4 (D) 2 (E) 0
23. En la igualdad $KAN - GAR = OO$, cada letra representa algún dígito (letras diferentes representan números diferentes y letras iguales representan números iguales). El valor máximo que puede representar las letras KAN es
- (A) 987 (B) 785 (C) 865 (D) 876 (E) 864
24. El primer elemento de una secuencia es $a_1 = 0$ y si $n \geq 1$ entonces $a_{n+1} = a_n + n \cdot (-1)^n$. Si $a_k = 2008$, entonces, el valor de k es:
- (A) 2008 (B) 2009 (C) 4017 (D) 4018 (E) Otra respuesta
25. Matilde dibujó 36 canguros usando 3 colores diferentes. 25 de los canguros contienen un poco de amarillo, 28 contienen un poco de marrón y 20 contienen un poco de negro. Solamente 5 canguros contienen los tres colores. ¿Cuántos canguros de un único color pintó Matilde?
- (A) 4 (B) 31 (C) 27 (D) 0 (E) No se puede determinar
26. Se tienen cinco puntos diferentes A_1, A_2, A_3, A_4 y A_5 , colocados en este orden en una recta no necesariamente a la misma distancia. Otro punto P es colocado en la misma recta de tal forma que la suma de las distancias $PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ sea mínima. Entonces, el punto P es:
- (A) A_3 (B) A_2 (C) A_1 (D) cualquier punto entre A_2 y A_4
 (E) cualquier punto entre A_1 y A_5

27. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado de lado 1 y los arcos de circunferencias tienen centro en A , B , C , y D . ¿Cuál es la longitud del segmento PQ ?



- (A) $2 - \sqrt{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3} - 1$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
28. El número $3^{32} - 1$ tiene exactamente dos divisores los cuales son mayores que 75 pero menores que 85. ¿Cuál es el producto de estos dos divisores?
- (A) 5852 (B) 6560 (C) 6804 (D) 6888 (E) 6972
29. Sea m un número real tal que $0 \leq m \leq 1$. Si $x + y = m$ y $x^2 + y^2 = 1$, entonces $x^4 + y^4$ es igual a
- (A) $\frac{1 - (1 - m^2)^2}{2}$ (B) $1 + \frac{(1 - m^2)^2}{2}$ (C) $1 - \frac{(1 - m^2)^2}{2}$
- (D) m^4 (E) $m^4 + 1$
30. Existen 61 octágonos en este panel. ¿Cuántos segmentos se utilizaron para hacer el panel?



- (A) 488 (B) 400 (C) 328 (D) 244 (E) 446