

**OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2009**  
**CANGURO MATEMÁTICO**  
**PRUEBA PRELIMINAR**  
**PRIMER AÑO DIVERSIFICADO**

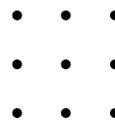


*RESPONDE LA PRUEBA EN  
 LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA*

1. ¿Cuál de los siguientes números es múltiplo de 3?

- (A) 2009                      (B)  $2 + 0 + 0 + 9$                       (C)  $2^9$   
 (D)  $(2 + 0) \cdot (0 + 9)$                       (E)  $200 - 9$

2. ¿Cuál es el mínimo número de puntos que hay que remover en la figura para que, entre los restantes, no haya tres alineados?



- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

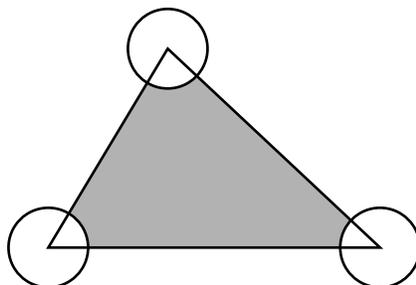
3. En una carrera participaron 2009 personas. El número de personas a las que Juan les ganó es el triple del de aquellas que le ganaron a Juan. ¿En qué lugar llegó Juan?

- (A) 503                      (B) 501                      (C) 500                      (D) 1503                      (E) 1507

4. ¿Cuál es el valor de  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{4}{5}$  de  $\frac{5}{6}$  de  $\frac{6}{7}$  de  $\frac{7}{8}$  de  $\frac{8}{9}$  de  $\frac{9}{10}$  de 1000?

- (A) 250                      (B) 200                      (C) 100  
 (D) 50                      (E) ninguna de las anteriores

5. El área del triángulo de la figura es  $80 \text{ m}^2$  y el radio de los círculos centrados en los vértices es 2 m.



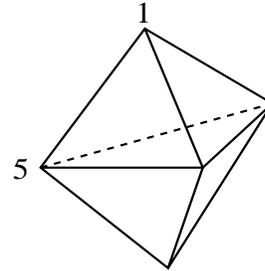
¿Cuál es la medida, en  $\text{m}^2$ , del área sombreada?

- (A) 76                      (B)  $80 - 2\pi$                       (C)  $40 - 4\pi$                       (D)  $80 - \pi$                       (E)  $78\pi$

6. En un acuario hay 200 peces. El 1% de ellos son azules, y todos los demás son amarillos. ¿Cuántos peces amarillos habría que sacar del acuario para que el porcentaje de peces azules fuese el 2% del total de peces en el acuario?

- (A) 100      (B) 50      (C) 20      (D) 2      (E) 4

7. La figura muestra un sólido formado con 6 caras triangulares. En cada vértice hay un número. Para cada cara se considera la suma de los 3 números en los vértices de esa cara. Si todas las sumas son iguales y dos de los números son 1 y 5 como se muestra, ¿cuál es la suma de los 5 números?

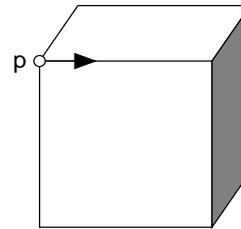


- (A) 9      (B) 12      (C) 14      (D) 17      (E) 18

8. Una larga secuencia de dígitos se ha compuesto escribiendo el número 2009 repetidamente 2009 veces. La suma de los dígitos impares de la secuencia que son seguidos inmediatamente por un dígito par es igual a:

- (A) 2      (B) 9      (C) 4018      (D) 18072      (E) 18081

9. Una hormiga camina por las aristas de un cubo, comenzando en el punto  $P$  en la dirección indicada por la flecha. Al final de la primera arista puede escoger seguir hacia la derecha o hacia la izquierda, y lo mismo ocurre al final de la segunda arista y de cada una de las siguientes. Si escoge alternadamente derecha e izquierda, ¿después de recorrer cuántas aristas regresará al punto  $P$  por primera vez?



- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 9      (E) 12

10. ¿Cuántos enteros positivos tienen la propiedad de que su cuadrado tiene la misma cantidad de dígitos que su cubo?

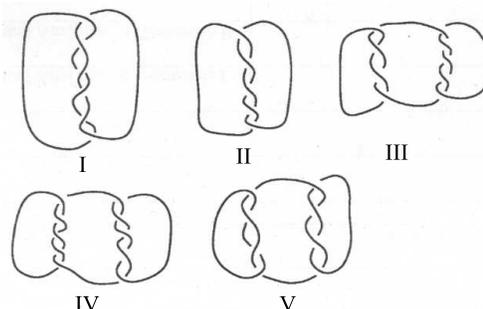
- (A) 0      (B) 3      (C) 4      (D) 9      (E) infinitos

11. Leonardo ha escrito una secuencia de números tales que cada número, a partir del tercero en la secuencia, es la suma de los dos números que le preceden. El cuarto número de la secuencia es 6 y el sexto es 15. ¿Cuál es el séptimo número de la secuencia?

- (A) 9      (B) 16      (C) 21      (D) 22      (E) 24

12. ¿Cuáles de los siguientes lazos consisten de más de un pedazo de cuerda?

- (A) I, III, IV y V
- (B) I, III y V
- (C) III, IV y V
- (D) todos
- (E) ninguno

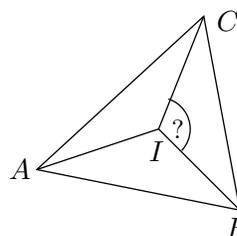


13. En cada examen la puntuación puede ser 0, 1, 2, 3, 4 o 5. Luego de 4 exámenes el promedio de María es 4. Una de las siguientes afirmaciones no puede ser verdadera. ¿Cuál es?

- (A) María sólo obtuvo cuatros.
- (B) María obtuvo 3 exactamente dos veces.
- (C) María obtuvo 3 exactamente 3 veces.
- (D) María obtuvo 1 exactamente una vez.
- (E) María obtuvo 4 exactamente 2 veces.

14. Las tres bisectrices del triángulo  $ABC$  se cortan en el punto  $I$ . Si el ángulo  $\angle BAC$  mide  $68^\circ$ , ¿cuántos grados mide el ángulo  $\angle BIC$ ?

- (A)  $136^\circ$
- (B)  $132^\circ$
- (C)  $128^\circ$
- (D)  $124^\circ$
- (E)  $120^\circ$



15. ¿Para cuántos enteros positivos  $n$  la diferencia entre  $\sqrt{n}$  y 10 (en valor absoluto) es menor que 1?

- (A) 19
- (B) 26
- (C) 30
- (D) 35
- (E) 39

16. Verónica escribió una secuencia de números naturales diferentes no mayores que 10. Roberto examinó los números y notó con satisfacción que para cada par de números vecinos, uno de ellos era divisible por el otro. ¿Cuál es la mayor cantidad de números que pudo haber escrito Verónica?

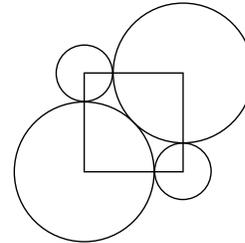
- (A) 9
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 7
- (E) 10

17. Si  $a \square b = ab + a + b$  y  $3 \square 5 = 2 \square x$ , entonces  $x$  es igual a:

- (A) 3                      (B) 10                      (C) 6                      (D) 12                      (E) 7

18. Con centro en cada vértice de un cuadrado se dibujan 4 circunferencias, 2 grandes y dos pequeñas. Las dos grandes son tangentes entre sí y con las dos pequeñas. ¿El radio de una circunferencia grande es igual a cuántas veces el radio de una circunferencia pequeña?

- (A)  $\frac{2}{9}$                       (B)  $\sqrt{5}$                       (C)  $1 + \sqrt{2}$   
(D) 2,5                      (E)  $0,8\pi$



19. En la isla de los nobles y los mentirosos hay 25 personas paradas en una fila. Cada uno de ellos, excepto la primera persona de la fila, afirma que la persona que tiene adelante es un mentiroso. El primero de la fila afirma que todos los que están detrás suyo son mentirosos. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila? (Los nobles siempre dicen la verdad y los mentirosos siempre mienten.)

- (A) 0                                      (B) 12                                      (C) 24  
(D) 13                                      (E) es imposible determinarlo

20. ¿Cuántos ceros deben insertarse en el lugar del \* en la fracción decimal  $1.*1$  para obtener un número menor que  $\frac{2009}{2008}$  pero mayor que  $\frac{20009}{20008}$ ?

- (A) 1                      (B) 4                      (C) 2                      (D) 5                      (E) 3

21. Si  $a = 2^{25}$ ,  $b = 8^8$  y  $c = 3^{11}$ , entonces

- (A)  $a < b < c$     (B)  $b < a < c$     (C)  $c < b < a$     (D)  $c < a < b$     (E)  $b < c < a$

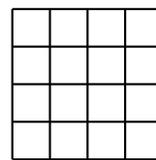
22. Si se coloca un cuadrado de  $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$  sobre un triángulo, se puede cubrir hasta un 60% del triángulo. Si se coloca el triángulo sobre el cuadrado, se puede cubrir hasta  $\frac{2}{3}$  del cuadrado. ¿Cuál es el área del triángulo?

- (A)  $60 \text{ cm}^2$                       (B)  $24 \text{ cm}^2$                       (C)  $36 \text{ cm}^2$                       (D)  $22\frac{4}{5} \text{ cm}^2$                       (E)  $40 \text{ cm}^2$

**23.** El joven Canguro tiene 2009 cubos de  $1 \times 1 \times 1$  con los cuales arma un prisma rectangular. También tiene 2009 calcomanías de  $1 \times 1$  que debe usar para cubrir la superficie externa del prisma. El joven Canguro logra su objetivo y le sobran calcomanías. ¿Cuántas calcomanías le sobraron?

- (A) más de 1000                       (B) 763  
 (C) 476                                       (D) 49  
 (E) El joven Canguro no pudo haber logrado su objetivo

**24.** Roberto desea poner fichas en las casillas de un tablero de  $4 \times 4$  de manera tal que los números totales de fichas en cada fila y en cada columna del tablero sean todos diferentes (en cada casilla se pueden colocar cero, una o más fichas). ¿Cuál es el menor número posible de fichas para el cual esto se puede lograr?



- (A) 14                       (B) 15                       (C) 18                       (D) 21                       (E) 25

**25.** Algunas naranjas, duraznos, manzanas y bananas se ponen en fila, de manera tal que cada tipo de fruta puede hallarse al lado de cada otro tipo de fruta en alguna parte de la fila. ¿Cuál es el menor número de frutas en la fila?

- (A) 4                                       (B) 5                                       (C) 8  
 (D) 11                                       (E) la situación es imposible

**26.** ¿Cuál es el menor entero positivo  $n$  para el cual

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdots (n^2 - 1)$$

es un cuadrado perfecto?

- (A) 3                                       (B) 6                                       (C) 10  
 (D) 20                                       (E) ninguna de las anteriores

**27.** Todos los divisores del entero positivo  $N$ , diferentes de  $N$  y 1, se escriben en una línea. Se observa que el mayor de los divisores en la línea es 45 veces más grande que el menor. ¿Cuántos números  $N$  satisfacen esta condición?

- (A) 1                                       (B) 2                                       (C) 0  
 (D) más de 2                               (E) es imposible determinarlo

**28.** Un canguro está sentado en el origen de un sistema de coordenadas. Él puede dar saltos de 1 unidad horizontal o verticalmente (es decir a la derecha, a la izquierda, hacia arriba o hacia abajo). ¿Cuántos puntos hay en el plano en los cuales el canguro puede estar después de dar exactamente 10 saltos?

- (A) 121                      (B) 100                      (C) 400  
(D) 441                      (E) ninguna de las anteriores

**29.** La circunferencia de centro  $F$  y radio 13 intersecta a la circunferencia de centro  $G$  y radio 15 en los puntos  $P$  y  $Q$ . El segmento  $PQ$  mide 24. ¿Cuál de las siguientes puede ser la longitud del segmento  $FG$ ?

- (A) 14                      (B) 9                      (C) 15                      (D) 12                      (E) 18

**30.** Un número primo se dice que es *extraño* si tiene un solo dígito, o si tiene dos o más dígitos pero los números que se obtienen omitiendo el primero o el último dígito son también primos *extraños*. ¿Cuántos primos extraños hay?

- (A) 6                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 9                      (E) 11