

**OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2011**  
**CANGURO MATEMÁTICO**  
**PRUEBA PRELIMINAR**  
**QUINTO AÑO**  
*RESPONDE LA PRUEBA EN*  
*LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA*

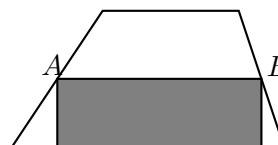


1. En un cruce peatonal se alternan franjas blancas y negras, cada una de anchura 50 cm. Uno de estos cruces comienza y termina con una franja blanca y tiene 8 franjas blancas en total. ¿Cuál es la anchura total del cruce?

- Ⓐ 7 m; Ⓑ 7,5 m; Ⓒ 8 m; Ⓓ 8,5 m; Ⓔ 9 m.

2. El rectángulo sombreado tiene un área de  $13 \text{ cm}^2$ .  $A$  y  $B$  son los puntos medios de los lados del trapecio. ¿Cuál es el área del trapecio?

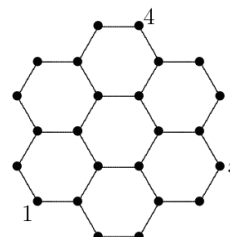
- Ⓐ 24; Ⓑ 25; Ⓒ 26; Ⓓ 27; Ⓔ 28.



3. Dadas las expresiones,  $S_1 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5$ ,  $S_2 = 2^2 + 3^2 + 4^2$ ,  $S_3 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4$ , ¿cuál de las siguientes relaciones son verdaderas?

- Ⓐ  $S_2 < S_1 < S_3$ ; Ⓑ  $S_3 < S_2 < S_1$ ; Ⓒ  $S_1 < S_2 < S_3$ ; Ⓓ  $S_1 < S_2 = S_3$ ;  
 Ⓔ  $S_1 = S_2 < S_3$ .

4. En la siguiente figura debe haber un número en cada vértice, de tal manera que la suma de los números en los extremos de cada segmento sea la misma. Dos de los números ya están allí. ¿Qué número debe ir en el punto  $x$ ?



- Ⓐ 1; Ⓑ 3; Ⓒ 4; Ⓓ 5; Ⓔ la información no es suficiente.

5. Cuando 2011 se dividió por un cierto número, el resto fue 1011. ¿Cuál de los números siguientes fue el divisor?

- Ⓐ 100; Ⓑ 500; Ⓒ 1000; Ⓓ 2000; Ⓔ no es posible obtener ese resto.

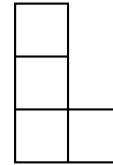
6. Un mosaico rectangular con  $360 \text{ cm}^2$  de área está hecho de baldosas cuadradas, todas del mismo tamaño. El mosaico tiene 24 cm de alto y 5 baldosas de ancho. ¿Cuál es el área de cada baldosa en  $\text{cm}^2$ ?

- Ⓐ 1; Ⓑ 4; Ⓒ 9; Ⓓ 16; Ⓔ 25.

7. Todos los números de cuatro dígitos cuyos dígitos suman 4 se escriben en orden descendente. ¿En qué lugar de esta secuencia está ubicado el número 2011?

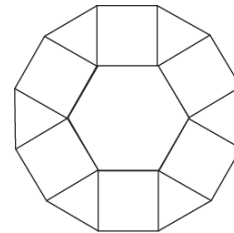
- (A) 6°; (B) 8°; (C) 7°; (D) 10°; (E) 9°.

8. El diagrama muestra cuatro cuadrados idénticos dispuestos en forma de L. Se desea agregar un quinto cuadrado de modo que se forme una figura con un eje de simetría. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?



- (A) 1; (B) 6; (C) 2; (D) 5; (E) 3.

9. El diagrama muestra una figura compuesta por un hexágono regular de lado unidad, seis triángulos y seis cuadrados. ¿Cuál es el perímetro de la figura?



- (A)  $6(1 + \sqrt{2})$ ; (B)  $6(1 + \frac{\sqrt{3}}{2})$ ; (C) 12; (D)  $6 + 3\sqrt{2}$ ; (E) 9.

10. Un dado es *normal* si los puntos en cada par de caras opuestas suman 7. Tres dados normales son apilados uno encima del otro de modo que la suma de puntos en cualquier par de caras en contacto es 5. Una de las caras visibles del dado inferior muestra un punto. ¿Cuántos puntos tiene la cara superior del dado superior?

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.

11. En un determinado mes se produjeron 5 lunes, 5 martes y 5 miércoles. En el mes anterior hubo sólo cuatro domingos. Entonces el próximo mes incluirá necesariamente:

- (A) 5 domingos; (B) 5 miércoles; (C) exactamente 4 viernes;  
(D) exactamente 4 sábados; (E) la situación es imposible.

12. Dado que  $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$ , ¿cuál es el valor de  $n$ ?

- (A) 1005; (B) 1006; (C) 2010; (D) 2011; (E) ninguno de ellos.

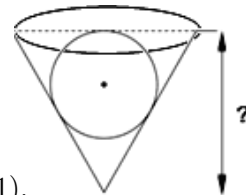
**13.** Tres deportistas participaron en una carrera: Miguel, Fernando y Sebastián. Inmediatamente después del comienzo, Miguel iba primero, Fernando segundo y Sebastián tercero. Durante la carrera, Miguel y Fernando se pasaron uno al otro 9 veces, Fernando y Sebastián lo hicieron 10 veces, y Miguel y Sebastián 11. ¿En qué orden finalizaron la carrera?

- (A) Miguel, Fernando, Sebastián; (B) Fernando, Miguel, Sebastián;  
 (C) Sebastián, Miguel, Fernando; (D) Sebastián, Fernando, Miguel;  
 (E) Fernando, Sebastián, Miguel.

**14.** Se tienen dos cubos con lados de longitudes  $x$  cm y  $x + 1$  cm. El cubo grande está lleno de agua y el pequeño está vacío. Se vierte agua del cubo grande en el cubo pequeño hasta llenarlo, y quedan 217 litros en el cubo grande. ¿Cuánta agua se vertió en el cubo pequeño?

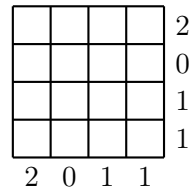
- (A) 243 l; (B) 512 l; (C) 125 l; (D) 1.331 l; (E) 729 l.

**15.** Una esfera con radio 15 rueda dentro de un agujero cónico y encaja exactamente. La vista lateral del agujero cónico es un triángulo equilátero. ¿Qué tan profundo es el hoyo?



- (A) 45; (B)  $25\sqrt{3}$ ; (C) 60; (D)  $30\sqrt{2}$ ; (E)  $60(\sqrt{3} - 1)$ .

**16.** Algunas celdas de una cuadrícula blanca de  $4 \times 4$  deben pintarse de negro. En la figura se indica, al lado de cada fila o columna, el número de celdas en esa fila o columna que deben pintarse de negro. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?



- (A) 0; (B) 1; (C) 3; (D) 5; (E) 9.

**17.** ¿Cuál es el mayor número de enteros consecutivos de 3 dígitos que tienen al menos un dígito impar?

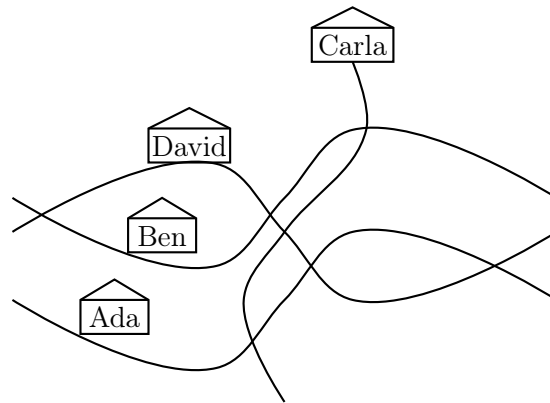
- (A) 221; (B) 111; (C) 110; (D) 10; (E) 1.

**18.** Nicolás quiere escribir números enteros en las celdas de una cuadrícula de  $3 \times 3$  de manera que la suma de los números en cada cuadrado de  $2 \times 2$  sea igual a 10. Ya ha escrito cinco números, como se muestra en la figura. Encuentra la suma de los cuatro números restantes.

1		0
	2	
4		3

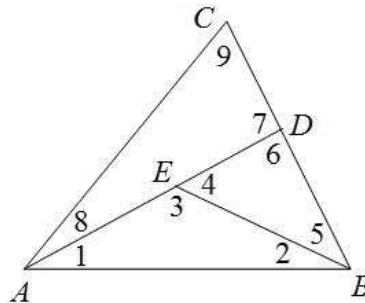
- (A) 9; (B) 10; (C) 12; (D) 13; (E) 11.

19. Durante un viaje muy movido, Juana trató de esbozar un mapa de su aldea natal. Se las arregló para dibujar las cuatro calles, sus siete cruces y las casas de sus amigos, pero en realidad tres de las calles son rectas y sólo una es curva. ¿Quién vive en la calle curva?



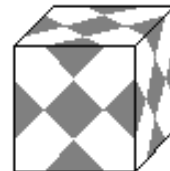
- (A) Ada; (B) Ben; (C) Carla; (D) David; (E) La información es insuficiente.

20. En el triángulo  $ABC$ , se elige un punto  $D$  en el segmento  $BC$ , y luego se elige el punto  $E$  en el segmento  $AD$ . Se obtienen así 9 ángulos denotados en la figura por los números 1, 2, ..., 9. Encuentre el mínimo número posible de valores diferentes que los ángulos 1, 2, ..., 9 podrían tomar.



- (A) 3; (B) 5; (C) 2; (D) 6; (E) 4.

21. Simón tiene un cubo de vidrio de 1 dm de lado, en cuyas caras pegó varios cuadrados idénticos de papel oscuro, de modo que el cubo se ve igual desde todos los lados (ver figura). ¿Cuántos  $\text{cm}^2$  son de papel oscuro?



- (A) 37,5; (B) 150; (C) 225; (D) 300; (E) 375.

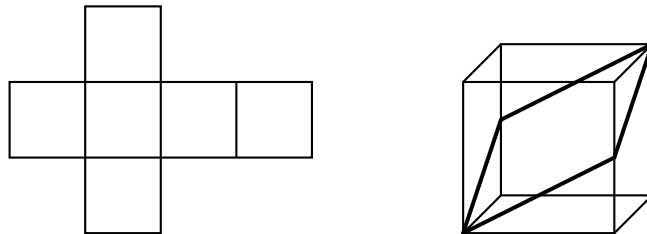
22. Llamemos a un número de cinco dígitos  $abcde$  *interesante* si sus cifras son todas diferentes y  $a = b + c + d + e$ . ¿Cuántos números interesantes hay?

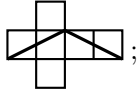
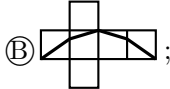
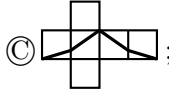
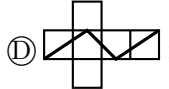
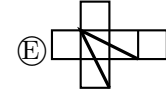
- (A) 72; (B) 144; (C) 168; (D) 216; (E) 288.

**23.** Los números  $x$  e  $y$  son ambos mayores que 1. ¿Cuál de las siguientes fracciones tiene el mayor valor?

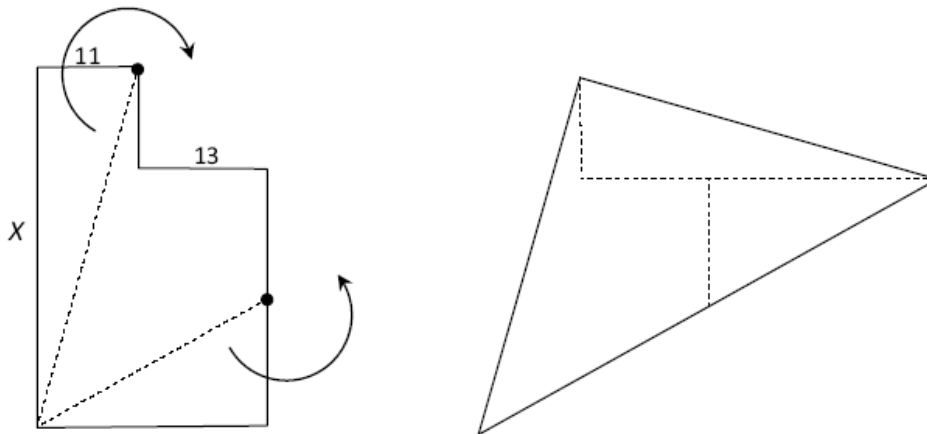
- Ⓐ  $\frac{x}{y+1}$ ; Ⓑ  $\frac{x}{y-1}$ ; Ⓒ  $\frac{2x}{2y+1}$ ; Ⓓ  $\frac{2x}{2y-1}$ ; Ⓔ  $\frac{3x}{3y+1}$ .

**24.** Un cubo se construye con papel plegado como muestra la figura. Por la superficie del cubo se traza una línea oscura que divide a la superficie del cubo en dos partes idénticas. ¿Cómo queda el papel después de que el cubo se desdobra?



- Ⓐ ; Ⓑ ; Ⓒ ; Ⓓ ; Ⓔ .

**25.** La siguiente figura se compone de dos rectángulos. Las longitudes de dos lados están marcadas: 11 y 13. La figura se corta en tres partes y las partes se reorganizan en un triángulo. ¿Cuál es la longitud del lado  $x$ ?



- Ⓐ 40; Ⓑ 39; Ⓒ 38; Ⓓ 37; Ⓔ 36.

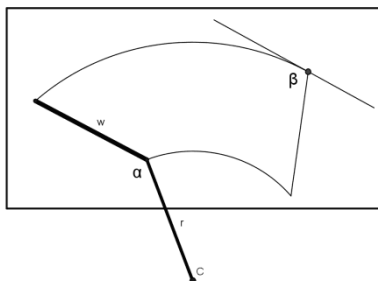
26. ¿Cuántos pares ordenados de números naturales  $(x, y)$  satisfacen la ecuación  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ ?

- (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

27. Para un entero  $n \geq 2$  denotemos por  $\langle n \rangle$  al mayor número primo que no exceda a  $n$ . ¿Cuántos enteros positivos  $k$  satisfacen la ecuación  $\langle k + 1 \rangle + \langle k + 2 \rangle = \langle 2k + 3 \rangle$ ?

- (A) 0; (B) más de 3; (C) 2; (D) 3; (E) 1.

28. El limpiavidrios trasero de un carro está construido de tal manera que la escobilla  $w$  y el brazo  $r$  tienen igual longitud y en el punto de unión forman un ángulo  $\alpha$ . El limpiavidrios pivota en el centro  $C$  y limpia el área que se ve en la figura.



Determine el ángulo  $\beta$  (en radianes) formado por el lado recto derecho del área limpiada con la tangente.

- (A)  $\frac{3\pi - \alpha}{2}$ ; (B)  $\pi - \frac{\alpha}{2}$ ; (C)  $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ ; (D)  $\frac{\pi}{2} + \alpha$ ; (E)  $\pi + \frac{\alpha}{2}$ .

29. Los hermanos Andrés y Bruno dieron respuestas verdaderas a la pregunta de cuántos miembros tiene su club escolar de ajedrez. Andrés dijo: «Todos los miembros de nuestro club, excepto cinco, son varones». Bruno dijo: «En cualquier grupo de seis miembros del club, al menos cuatro son niñas». ¿Cuántos miembros tiene el club?

- (A) 18; (B) 12; (C) 8; (D) 7; (E) 6.

30. ¿Cuántas cuaternas de aristas de un cubo poseen la propiedad de que ningún par de aristas de la cuaterna tiene vértices comunes?

- (A) 9; (B) 8; (C) 6; (D) 12; (E) 18.