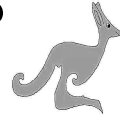


OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2012
CANGURO MATEMÁTICO
PRUEBA PRELIMINAR
CUARTO AÑO

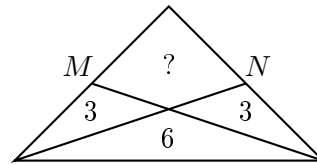


*RESPONDE LA PRUEBA EN
 LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA*

1. $11,11 - 1,111 =$

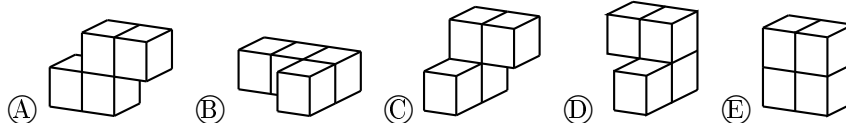
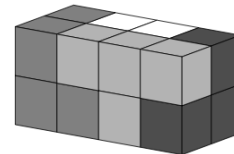
- (A) 10; (B) 9,009; (C) 9,0909; (D) 9,99; (E) 9,999.

2. En el diagrama se muestra un triángulo isósceles. M y N son los puntos medios de los lados iguales. El triángulo está dividido en cuatro regiones. Los números 3, 3 y 6 indican el área de la región donde están ubicados. ¿Cuál es el área de la cuarta región?



- (A) 3; (B) 4; (C) 5; (D) 6; (E) 7.

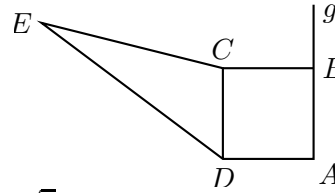
3. Un paralelepípedo recto se construye con cuatro piezas, como muestra la figura. Cada pieza consiste de cuatro cubos y es de un solo color. ¿Cuál es la forma de la pieza blanca?



4. Alicia y Roberto se envían mensajes en clave usando la siguiente codificación. Primero cada letra en el mensaje se escribe con un número distinto según se muestra en la lista: $A = 01$, $B = 02$, $C = 03$, ..., $Z = 27$. Después de cambiar cada letra al número que le corresponde, se multiplica cada número por dos y se le suma 9. De esta forma se tiene la secuencia de números que se va enviar. Si esta mañana Alicia le envió a Roberto la secuencia $25 - 41 - 43 - 38$. ¿Cuál es el mensaje que le envió Alicia?

- (A) HOLA; (B) HOJA; (C) HORA; (D) HOZA; (E) Alicia se equivocó..

5. La longitud de cada uno de los lados del cuadrado $ABCD$ es de 4 cm. Si el área del cuadrado es igual al área del triángulo ECD . ¿Cuál es la distancia del punto E a la recta g ?



- Ⓐ 8 cm; Ⓑ $(4 + 2\sqrt{3})$ cm; Ⓒ 12 cm; Ⓓ $10\sqrt{2}$ cm;
 Ⓔ Depende de la ubicación de E .

6. Si calculamos la suma de los dígitos de un número de siete cifras nos da 6. ¿Cuál es el producto de estos dígitos?

- Ⓐ 5; Ⓑ 6; Ⓒ 7; Ⓓ $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$; Ⓔ 0.

7. ABC es un triángulo rectángulo con catetos de longitud 6 cm y 8 cm. Los puntos K, L, M son los puntos medios de los lados del triángulo. ¿Cuánto mide el perímetro del triángulo KLM ?

- Ⓐ 10 cm; Ⓑ 12 cm; Ⓒ 15 cm; Ⓓ 20 cm; Ⓔ 24 cm.

8. ¿Cuántos números de cuatro cifras hay, tal que el dígito de las centenas es 3 y la suma de las otras tres cifras también es 3?

- Ⓐ 6; Ⓑ 5; Ⓒ 4; Ⓓ 3; Ⓔ 2.

9. Cuatro de las cinco expresiones dadas tienen la siguiente propiedad: Si reemplazamos el 8 por otro número entero positivo (usando siempre el mismo número en cada reemplazo) se obtiene el mismo resultado. ¿Cuál es la expresión que no tiene esta propiedad?

- Ⓐ $\frac{8+8-8}{8}$; Ⓑ $8 + \frac{8}{8} - 8$; Ⓒ $\frac{8+8}{8+8}$; Ⓓ $8 - \frac{8}{8} + 8$; Ⓔ $\frac{8 \cdot \frac{8}{8}}{8}$.

10. Dos lados de un cuadrilátero tienen longitudes iguales a 1 y 4. Una de las diagonales tiene longitud 2, y divide al cuadrilátero en dos triángulos isósceles. ¿Cuánto mide el perímetro del cuadrilátero?

- Ⓐ 12; Ⓑ 11; Ⓒ 10; Ⓓ 9; Ⓔ 8.

11. Si Darío se para sobre la mesa y José en el piso, entonces Darío es 80 cm más alto que José. Sin embargo, si José se para sobre la mesa y Darío se para en el piso, entonces José es un metro más alto que Darío. ¿Cuál es la altura de la mesa?

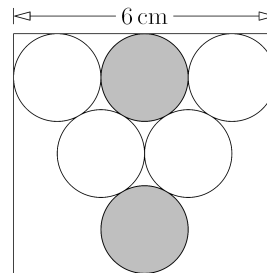
- Ⓐ 20 cm; Ⓑ 80 cm; Ⓒ 90cm; Ⓓ 100 cm; Ⓔ 120 cm.

12. Al dividir cada uno de los números 144 y 220 entre el entero positivo N , se obtiene en ambos casos un residuo igual a 11. ¿Cuál es el valor de N ?
- Ⓐ 38; Ⓑ 19; Ⓒ 15; Ⓓ 11; Ⓔ 7.

13. Isabel y Laura jugaban a lanzar una moneda al aire. Si salía cara ganaba Laura e Isabel tenía que darle dos caramelos. Si salía sello, entonces ganaba Isabel y Laura le tenía que dar tres caramelos. Luego de lanzar la moneda 30 veces, ambas tenían la misma cantidad de caramelos que al comenzar el juego. ¿Cuántas veces ganó Isabel?

- Ⓐ 6; Ⓑ 12; Ⓒ 18; Ⓓ 24; Ⓔ 30.

14. Dentro de un rectángulo de lado 6 cm se disponen círculos formando un triángulo, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la menor distancia entre los dos círculos grises?

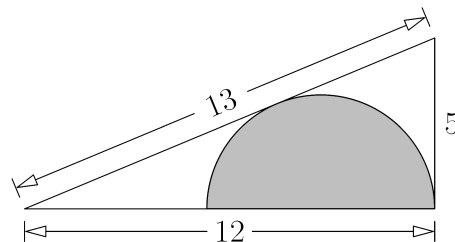


- Ⓐ 1; Ⓑ $\sqrt{2}$; Ⓒ $2\sqrt{3} - 2$; Ⓓ $\frac{\pi}{2}$; Ⓔ 2.

15. En la habitación de Jorge hay cuatro relojes. Cada uno de ellos se atrasa o se adelanta. El primer reloj da la hora con 2 minutos de diferencia con la hora correcta, el segundo reloj está mal por 3 minutos, el tercero por 4 minutos y el cuarto por 5 minutos. Un día Jorge quiso saber la hora exacta usando sus cuatro relojes. De acuerdo al primer reloj la hora era, 6 minutos para las 3, el segundo marcaba 3 minutos para las 3, el tercero las 3 y 2 minutos, y el cuarto las 3 y 3 minutos. ¿Cuál era la hora exacta?

- Ⓐ 2:57; Ⓑ 2:58; Ⓒ 2:59; Ⓓ 3:00; Ⓔ 3:01.

16. El diagrama muestra un triángulo rectángulo con lados de longitud 5, 12 y 13. ¿Cuál es el radio de la semicircunferencia inscrita?



- Ⓐ $7/3$; Ⓑ $13/3$; Ⓒ $12/3$; Ⓓ $17/3$; Ⓔ $10/3$.

17. Kanga está llenando un tablero 4×3 con los números del 1 al 9, de tal manera que la suma de los números en cada fila sea la misma y la suma de los números en cada columna sea la misma. Kanga ya ha puesto algunos números, como se indica en la figura. ¿Cuál es el número que se debe poner en la casilla sombreada?

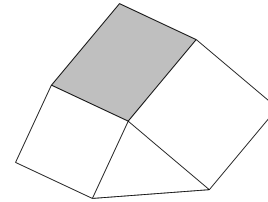
2	4		2
	3	3	
6		1	

(A) 4; (B) 6; (C) 8; (D) 9; (E) 1.

18. Los atletas Can, Gu y Ro participaron en un maratón. Antes de la carrera cuatro espectadores discutieron sobre sus respectivas posibilidades. El primero dijo: “El ganador será Can o Gu”. El segundo dijo: “Si Gu llega de segundo, entonces el ganador será Ro”. El tercero dijo: “Si Gu es el tercero, entonces Can no ganará”. El cuarto dijo: “Yo creo que el segundo lugar está entre Gu y Ro”. Después de la carrera ocurrió que todos dijeron la verdad. Can, Gu y Ro llegaron en los tres primeros lugares. ¿En qué orden llegaron?

(A) Can, Gu, Ro; (B) Can, Ro, Gu; (C) Ro, Gu, Can;
(D) Gu, Can, Ro; (E) Gu, Ro, Can.

19. El diagrama muestra una figura formada por dos cuadrados de lados 4 y 5 cm, un triángulo cuya área es 8 cm^2 y un paralelogramo sombreado. ¿Cuánto mide el área del paralelogramo?

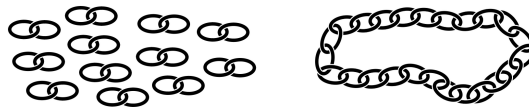


(A) 21 cm^2 ; (B) 20 cm^2 ; (C) 18 cm^2 ; (D) 16 cm^2 ; (E) 15 cm^2 .

20. Ana ha escrito $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$ con m y k enteros positivos. ¿Cuál es el valor de k ?

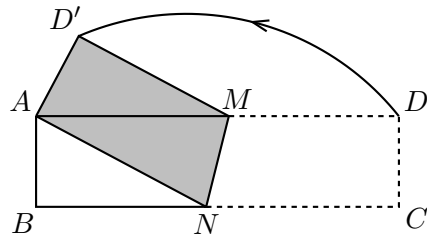
(A) 11; (B) 9; (C) 4; (D) 3; (E) 2.

21. Un joyero tiene 12 pedazos de cadena, cada uno con dos eslabones. Él quiere hacer un collar con ellos como muestra la figura. Para hacerlo tendrá que cortar algunos eslabones (y luego volverlos a pegar). ¿Cuál es el menor número de eslabones que tendrá que cortar?



(A) 8; (B) 9; (C) 10; (D) 11; (E) 12.

22. Una hoja de papel rectangular $ABCD$ de medidas $4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ se dobla a lo largo de la recta MN de tal forma que el vértice C coincide con el vértice A , como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área del pentágono $ABNMD'$?



- (A) 21 cm^2 ; (B) 20 cm^2 ; (C) 18 cm^2 ; (D) 16 cm^2 ; (E) 15 cm^2 .

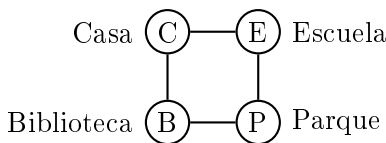
23. El tren G tarda 8 segundos en pasar completo frente a una señal X. Luego se cruza con el tren H, que va en dirección contraria. Los dos trenes se pasan por completo uno al otro en 9 segundos. Luego el tren H pasa completo frente a la misma señal X en 12 segundos. ¿Cuál de las siguientes proposiciones sobre las longitudes de los trenes es cierta?

- (A) La longitud de G es el doble de la de H;
 (B) G y H tienen la misma longitud; (C) H es 50 % más largo que G;
 (D) La longitud de H es el doble de la de G;
 (E) No se puede deducir nada sobre las longitudes de los trenes.

24. ¿Cuál es el último dígito no nulo del número $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$?

- (A) 2; (B) 1; (C) 6; (D) 4; (E) 9.

25. El diagrama muestra un tablero para el juego Canguro. Al comienzo el Canguro está en la Escuela (E). De acuerdo a las reglas del juego, si el Canguro está en cualquier posición que no sea su Casa (C), él puede saltar a cualquiera de las dos posiciones vecinas. El juego termina cuando el Canguro llega a C. ¿De cuántas formas distintas se puede mover el Canguro desde E hasta C dando exactamente 13 saltos?



- (A) 32; (B) 12; (C) 144; (D) 64; (E) 1024.

26. Tenemos 5 lámparas, cada una de ellas con su interruptor. Cada lámpara puede estar encendida o apagada. Cada vez que se acciona un interruptor, el estado de la lámpara correspondiente cambia (de apagada a encendida o de encendida a apagada) y además el estado de otra lámpara (tomada al azar) también cambia. Al comienzo todas las lámparas están apagadas. A continuación se accionan los interruptores 10 veces en total. Luego de eso, ¿cuál de las siguientes proposiciones es cierta?

- Ⓐ Es imposible que todas las lámparas queden apagadas;
- Ⓑ Todas las lámparas quedan encendidas;
- Ⓒ Quedan al menos una lámpara encendida y otra apagada;
- Ⓓ Todas las lámparas quedan apagadas;
- Ⓔ Es imposible que todas las lámparas queden encendidas.

27. Nos dan seis enteros positivos diferentes y el mayor de ellos es n . Existe exactamente una sola pareja de estos enteros tal que el menor número de la pareja, no divide al mayor. ¿Cuál es el menor valor posible para n ?

- Ⓐ 18; Ⓑ 24; Ⓒ 20; Ⓓ 45; Ⓔ 36.

28. José escribió todos los números enteros de tres dígitos y para cada uno de ellos escribió también el producto de sus dígitos. Luego de esto José calculó la suma de todos estos productos. ¿Qué número obtuvo José?

- Ⓐ 45; Ⓑ 45^2 ; Ⓒ 45^3 ; Ⓓ 2^{45} ; Ⓔ 3^{45} .

29. Los números de 1 a 120 están escritos en 15 filas, en la forma que nos indica el diagrama. ¿Para cuál columna (contando de izquierda a derecha) la suma de los números en ella es la mayor posible?

1							...	
2	3						...	
4	5	6					...	
7	8	9	10				...	
11	12	13	14	15			...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
106	107	108	109	110	111	112	...	120

- Ⓐ 1; Ⓑ 13; Ⓒ 5; Ⓓ 10; Ⓔ 7.

30. Sean A, B, C, D, E, F, G, H los ocho vértices consecutivos de un octágono convexo. De los vértices C, D, E, F, G, H elegimos uno de ellos al azar y trazamos el segmento que lo conecta con el vértice A . De nuevo elegimos un vértice del mismo grupo de seis vértices anterior, y trazamos el segmento que lo une con el vértice B . ¿Cuál es la probabilidad de que estos dos segmentos corten al octágono en exactamente tres regiones?

- Ⓐ $\frac{5}{18}$; Ⓑ $\frac{4}{9}$; Ⓒ $\frac{1}{6}$; Ⓓ $\frac{1}{4}$; Ⓔ $\frac{1}{3}$.