

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2013
CANGURO MATEMÁTICO
CUARTO AÑO

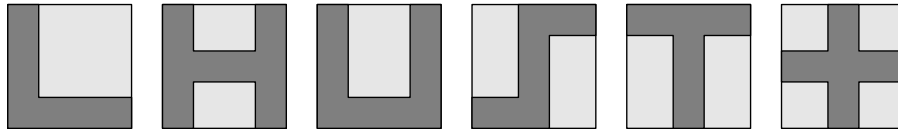


RESPONDE LA PRUEBA EN
LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA

1. El número 200013 – 2013 no es divisible entre

- (A) 2; (B) 3; (C) 5; (D) 7; (E) 11.

2. María dibujó varias figuras en hojas de papel cuadradas e idénticas:



¿Cuántas de estas formas tienen el mismo perímetro que la hoja de papel en que están dibujadas?

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.

3. Una tienda vende mangos a 0,20 Bs cada uno, pero por cada 5 mangos que se compren ofrece uno gratis. La señora María le compró 4 mangos a cada uno de sus 4 hijos. ¿Cuánto pagó?

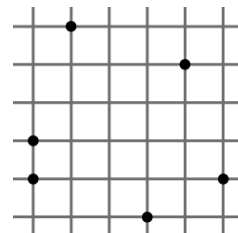
- (A) 0,80; (B) 1,20; (C) 2,80; (D) 3,20; (E) 80.

4. Tres de los números 2, 4, 16, 25, 50 y 125 tienen como producto 1000. ¿Cuál es su suma?

- (A) 70; (B) 77; (C) 131; (D) 143; (E) 145.

5. Seis puntos se han marcado en una cuadrícula con celdas de lado 1. ¿Cuál es la mínima área posible de un triángulo con tres de los puntos marcados como vértices?

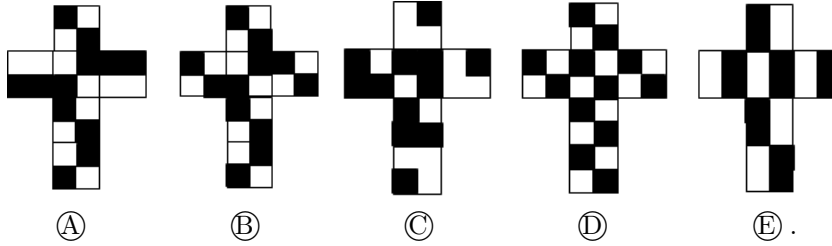
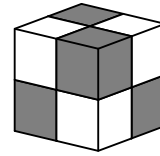
- (A) 2; (B) 1; (C) 1/4; (D) 1/3; (E) 1/2.



6. ¿Cuál de los siguientes números es igual a $4^{15} + 8^{10}$?

- (A) 2^{10} ; (B) 2^{15} ; (C) 2^{20} ; (D) 2^{30} ; (E) 2^{31} .

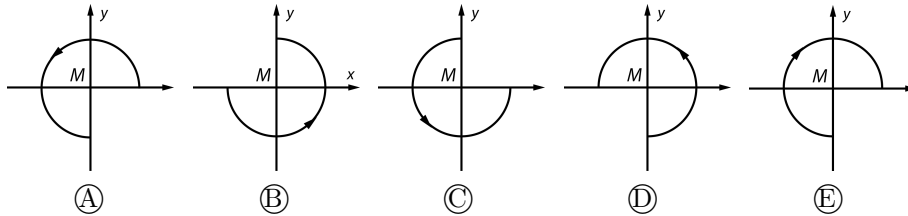
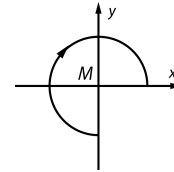
7. Un cubo está pintado exteriormente con cuadrados blancos y negros, de manera tal que parece haber sido construido con cubos blancos y negros más pequeños, como muestra la figura. ¿Cuál de los siguientes es un esquema correcto para construir ese cubo?



8. El número n es el mayor entero positivo para el cual $4n$ es un número de 3 dígitos, y m es el menor entero positivo para el cual $4m$ es un número de 3 dígitos. ¿Cuál es el valor de $4n - 4m$?

(A) 899; (B) 225; (C) 900; (D) 224; (E) 896.

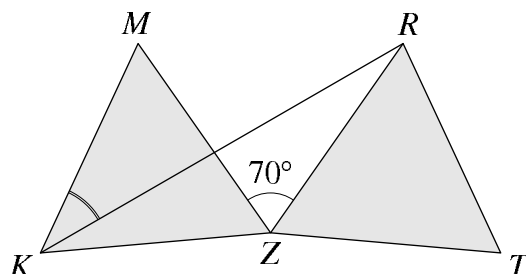
9. Considere tres cuartos de círculo con centro M orientados con una flecha como muestra la figura a la derecha. ¿Cuál es la posición de los tres cuartos de círculo si primero se rotan 90° alrededor de M , en sentido contrario al de las agujas del reloj, y luego se reflejan en el eje de las x ?



10. ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

(A) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$; (B) $\sqrt{20} \cdot 13$; (C) $20 \cdot \sqrt{13}$; (D) $\sqrt{201} \cdot 3$; (E) $\sqrt{2013}$.

11. Los triángulos KZM y RZT son equiláteros y congruentes, y $\angle RZM = 70^\circ$. Determine la medida del ángulo $\angle RKM$.



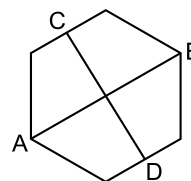
- (A) 20° ; (B) 25° ; (C) 30° ; (D) 35° ; (E) 40° .

12. La figura muestra un zigzag construido con seis cuadrados de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$. Su perímetro es 14 cm. ¿Cuál es el perímetro de un zigzag construido de manera análoga con 2013 cuadrados?



- (A) 2022; (B) 8050; (C) 4028; (D) 4032; (E) 6038.

13. El segmento AB conecta dos vértices opuestos de un hexágono regular. El segmento CD conecta los puntos medios de dos lados opuestos. Halle el producto de las longitudes de AB y CD sabiendo que el área del hexágono es 60.

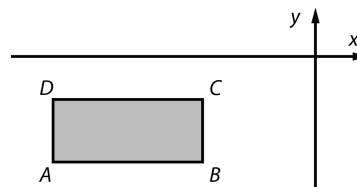


- (A) 100; (B) 80; (C) 60; (D) 50; (E) 40.

14. Los estudiantes de una clase presentaron un examen. Si cada varón hubiese obtenido 3 puntos más de los que obtuvo, el promedio de notas de toda la clase hubiese sido 1,2 puntos más de lo que fué. ¿Qué porcentaje de la clase son niñas?

- (A) 20%; (B) 30%; (C) 40%; (D) 60%; (E) Es imposible saberlo.

15. Los lados del rectángulo $ABCD$ son paralelos a los ejes de coordenadas. Para cada vértice calculamos el cociente de la ordenada y entre la abscisa x . ¿Para cuál de los cuatro puntos se obtiene un menor valor?

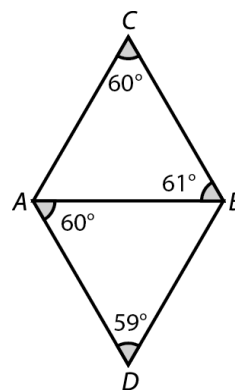


- (A) B; (B) D; (C) A; (D) C; (E) Depende del rectángulo.

16. Hoy Juan y su hijo están celebrando sus cumpleaños. El producto de las edades de ambos es 2013. ¿En qué año nació Juan?

- (A) 1952; (B) 1953; (C) 1981; (D) 1982; (E) Se necesita más información.

17. En el triángulo ABC se tiene $\angle ABC = 61^\circ$ y $\angle ACB = 60^\circ$. En el triángulo ABD se tiene $\angle ADB = 59^\circ$ y $\angle BAD = 60^\circ$. ¿Cuál de los cinco segmentos de la figura es el más largo?



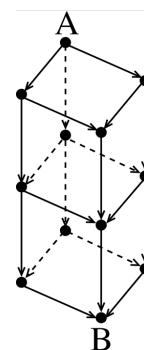
- (A) AD ; (B) AC ; (C) AB ; (D) BC ; (E) BD .

18. ¿Cuántos conjuntos de cinco enteros positivos consecutivos tienen la propiedad de que hay tres de ellos que tienen la misma suma que los otros dos?

- (A) 3; (B) más de 3; (C) ninguno; (D) 1; (E) 2.

19. ¿Cuál es el número de caminos diferentes que van desde el punto A hasta el punto B , siguiendo la dirección de las flechas?

- (A) 6; (B) 8; (C) 9; (D) 12; (E) 15.



20. Un entero positivo tiene seis dígitos. La suma de los dígitos es un número par. El producto de los dígitos es un número impar. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- (A) El número tiene o dos o cuatro dígitos pares.
 (B) Ese número no puede existir.
 (C) La cantidad de dígitos impares del número es impar.
 (D) Los seis dígitos del número pueden ser diferentes.
 (E) Ninguna de las anteriores.

21. ¿Cuántas cifras decimales tiene el número $\frac{1}{1024000}$?

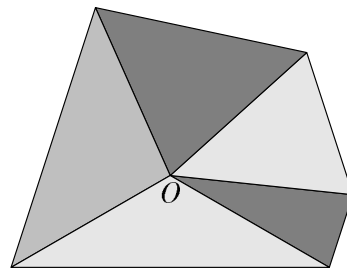
Nota: Se cuentan las cifras a la derecha de la coma hasta la última no nula.

(A) 13; (B) 14; (C) 1024000; (D) 10; (E) 12.

22. ¿Cuántos enteros positivos son múltiplos de 2013 y tienen exactamente 2013 divisores (incluyendo 1 y el mismo número)?

(A) 0; (B) 1; (C) 3; (D) 6; (E) otro valor.

23. Varios triángulos isósceles tienen el vértice O en común y no se superponen. Cada triángulo tiene un lado común con sus vecinos inmediatos. El menor ángulo de un triángulo en el vértice O es m grados, donde m es un entero positivo. Los restantes triángulos tienen ángulos en O de medidas $2m^\circ$, $3m^\circ$, $4m^\circ$, etc. La figura muestra un arreglo de cinco tales triángulos. ¿Cuál es el menor valor de m para el cual tal conjunto de triángulos existe?



(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 6; (E) 8.

24. Dada una lista de tres números, construimos otra reemplazando cada número por la suma de los otros dos. A este procedimiento le llamamos “cambiasuma”. Por ejemplo, a partir de $\{3, 4, 6\}$ cambiasuma nos da $\{10, 9, 7\}$ y una nueva aplicación de cambiasuma nos da $\{16, 17, 19\}$. Si comenzamos con la lista $\{1, 2, 3\}$, ¿cuántas cambiasumas consecutivas tendremos que aplicar para que en la lista aparezca el número 2013 por primera vez?

(A) 2013 nunca aparece; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) más de 10.

25. Los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 se escriben alrededor de un círculo en un orden cualquiera. Cada número se suma con sus dos vecinos, obteniéndose 10 sumas. ¿Cuál es el máximo valor posible de la menor de esas sumas?

(A) 14; (B) 15; (C) 16; (D) 17; (E) 18.

26. En 22 tarjetas se han escrito los enteros positivos del 1 al 22. Con esas tarjetas se forman 11 fracciones. ¿Cuál es el mayor número de esas fracciones que pueden tener valores enteros?

(A) 10; (B) 7; (C) 11; (D) 8; (E) 9.

27. ¿Cuántos triángulos hay cuyos vértices sean vértices de un polígono regular de 13 lados, y tales que el centro del polígono esté en el interior del triángulo?

Ⓐ 100; Ⓑ 91; Ⓒ 85; Ⓓ 72; Ⓔ otro valor.

28. Un carro parte del punto A y recorre un camino recto a una velocidad de 50 km/h. Luego, cada una hora, un carro parte del punto A a una velocidad 1 km/h más rápido que el anterior. El último carro parte 50 horas después que el primero, a una velocidad de 100 km/h. ¿Cuál es la velocidad del carro que va adelante de todos los demás 100 horas después de la partida del primero?

Ⓐ 66 km/h; Ⓑ 50 km/h; Ⓒ 100 km/h; Ⓓ 84 km/h; Ⓔ 75 km/h.

29. A lo largo de una avenida crecen 100 árboles, entre apamates y bucares. Si el número de árboles entre dos apamates cualesquiera no es nunca 5, ¿cuál es el máximo número de apamates que puede haber entre los 100 árboles?

Ⓐ 48; Ⓑ 60; Ⓒ 50; Ⓓ 52; Ⓔ la situación es imposible.

30. Juan caminaba por la calle cuando vió un tractor que arrastraba un largo tubo. Para medir la longitud del tubo, Juan caminó a lo largo del tubo en dirección contraria a la del tractor, y contó 20 pasos. Luego caminó a la misma velocidad a lo largo del tubo, en la misma dirección del tractor, y contó 140 pasos. Sabiendo que cada uno de sus pasos mide 1 m, Juan fue capaz de calcular la longitud del tubo. ¿Qué medida obtuvo?

Ⓐ 30 m; Ⓑ 35 m; Ⓒ 40 m; Ⓓ 48 m; Ⓔ 80 m.