

# 1ª Olimpiada Juvenil de Matemáticas

Final Nacional

4 DE JUNIO DE 2004.

PRIMER AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA Y DIVERSIFICADA

Apellidos y Nombres \_\_\_\_\_ N° de Cédula \_\_\_\_\_

Instituto \_\_\_\_\_ Sección \_\_\_\_\_ Estado \_\_\_\_\_

Prob 1 \_\_\_\_\_ Prob 2 \_\_\_\_\_ Prob 3 \_\_\_\_\_ Prob 4 \_\_\_\_\_ Total \_\_\_\_\_

## Problema 1.

Encuentra todos los pares de números enteros que sean cuadrados perfectos y su diferencia igual a 105.

## Problema 2.

Definimos una nueva operación en el conjunto de los números reales mediante la fórmula  $a * b = \frac{a+b}{2}$ . Si

$x * (x * 14) = x$ , halla el valor de  $x$ .

## Problema 3.

Quince muchachos están sentados con algunas muchachas en círculo. Si exactamente, diez pares de muchachos están sentados juntos, ¿cuántas muchachas pueden estar sentadas en el círculo?

## Problema 4.

$ABCDEFGH$  es un cubo de lado 3. El punto  $X$  está sobre el lado  $AB$  de tal manera que  $AX = \frac{1}{3} AB$ .

El punto  $Y$  está sobre el lado  $GH$  y  $GY = \frac{1}{3} GH$ . El punto  $Z$  está sobre el lado  $DE$  y  $DZ = \frac{2}{3} DE$ .

Encuentra el área del triángulo  $XYZ$ .

## Problema 5.

En un torneo de ajedrez participaron 8 personas y todos ellas obtuvieron diferentes puntajes. La puntuación se otorgó de la siguiente manera, un punto por partida empatada y dos puntos por partida ganada. El ajedrecista que ocupó el segundo lugar tuvo tantos puntos como los cuatro últimos juntos. ¿Cuál fue el resultado de la partida entre los ajedrecistas que ocuparon los puestos tercero y séptimo?

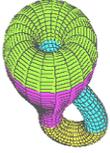
Tiempo: 3 horas.

Cada problema vale 6 puntos.

Asociación Matemática Venezolana

Apartado postal 47898, Los Chaguaramos, Caracas 1041-A Venezuela

---



*Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas*  
**ACM**

---

**Solución a Problema N° 3:**

Si ninguna muchacha estuviera en el círculo, entonces habría quince pares de muchachos juntos. Si una muchacha se une al grupo, el número de pares de muchachos juntos es catorce. Para cada nueva muchacha que se una al grupo, el número de parejas de muchachos se mantiene igual si las muchachas se sientan juntas o decrece en 1 si las muchachas no se sientan juntas. Si cinco muchachas ingresan al grupo y no se sientan juntas, entonces habrá diez pares de muchachos juntos. Sin embargo, puede ingresar más muchachas al grupo, sentándose al lado de una muchacha y se mantienen los diez pares de muchachos juntos. **Luego, la respuesta es cinco o más muchachas.**