



## 1ª Olimpiada Juvenil de Matemáticas

### Final Regional

30 de Abril de 2004.

Segundo Año Educación Media y Diversificada

Apellidos y Nombres \_\_\_\_\_ N° de Cédula \_\_\_\_\_

Instituto \_\_\_\_\_ Sección \_\_\_\_\_ Ciudad \_\_\_\_\_

Prob 1 \_\_\_\_\_ Prob 2 \_\_\_\_\_ Prob 3 \_\_\_\_\_ Prob 4 \_\_\_\_\_ Prob 5 \_\_\_\_\_ Prob 6 \_\_\_\_\_ Total \_\_\_\_\_

#### Problema 1.

Calcula el promedio de los números  $x, y, z$ , sabiendo que el promedio de  $xy, y^2, yz$ , es  $a$ , el promedio de  $yz, z^2, zx$  es  $b$  y el promedio de  $zx, x^2, xy$  es  $c$ .

#### Problema 2.

Considera una circunferencia con centro en el punto  $O$  y una cuerda  $AB$  de tal manera que  $\angle AOB = 153^\circ$ . El punto  $P$  es el punto de trisección del arco mayor  $arcAB$  que está más cerca de  $B$ . Si  $Q$  es un punto cualquiera del arco menor  $arcAB$ , calcula la medida en grados del ángulo  $\angle AQP$ .

#### Problema 3.

Un número se llama palíndromo si al leerlo de izquierda a derecha es igual que al leerlo de derecha a izquierda, por ejemplo, 121. Decimos que un número de dos cifras  $ab$  produce un palíndromo si  $ab+ba$  es igual a un palíndromo. Calcula la cantidad de números de dos cifras que producen palíndromos.

#### Problema 4.

Si  $a = 2 + \sqrt{3}$  y  $b = 2 - \sqrt{3}$ , calcula  $\left( \frac{1}{\frac{1}{a} - 1} + \frac{1}{\frac{1}{b} - 1} \right)^{-1}$ .

#### Problema 5.

Una semicircunferencia de centro  $O$  está inscrita en un cuadrilátero convexo  $ABCD$ , de tal manera que  $O$  es el punto medio de  $AB$ . Demuestra que los triángulos  $DOA$  y  $COB$  son semejantes.

#### Problema 6.

Un tablero de  $m \times n$  tiene un número en cada casilla. Se permite cambiar el signo de todos los números de una fila o de una columna. Demuestra que aplicando reiteradamente esta operación, se puede convertir el tablero dado en otro donde la suma de los números de cada fila y de cada columna sea no negativa.

**Cada problema vale 10 puntos**

**Tiempo 2 horas y media.**

**Asociación Matemática Venezolana**

Apartado postal 47898, Los Chaguaramos, Caracas 1041-A Venezuela

---