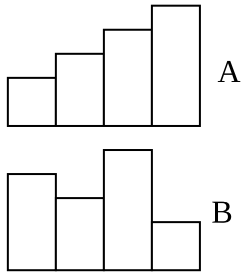
PRUEBA REGIONAL SÉPTIMO GRADO 2005

1.- Iván cobra en un banco un cheque por Bs. 270.000 y le pide al cajero que le entregue cierta cantidad de billetes de Bs. 1000, 20 veces esa cantidad de billetes en billetes de Bs. 2000 y el resto en billetes de Bs. 5000. ¿Cuántos billetes de cada clase le entrega el cajero?

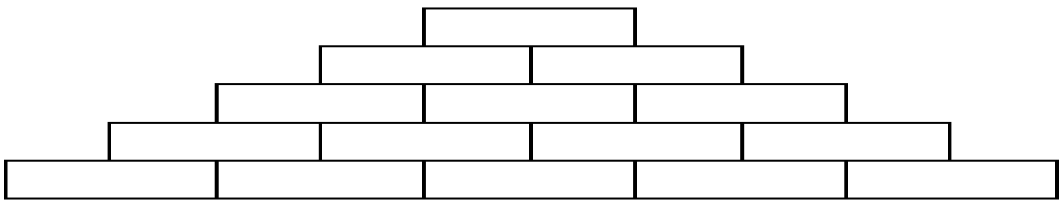
2.- Las barras de la figura **A** tienen igual ancho. La más pequeña es un cuadrado y entre dos consecutivas la diferencia de alturas es de 10cm. Reordenándolas se arma la figura **B** que tiene 270cm de perímetro. ¿Cuál es el perímetro de cada una de las barras?



3.- Sobre la mesa había un dado blanco, uno rojo, uno verde y 24 fichas iguales. Ana tomó un dado y 1 ficha, Emma tomó un dado y 2 fichas, Olga tomó un dado y 3 fichas. Después, la que tenía el dado verde tomó tantas fichas como ya tenía, la que tenía el dado blanco tomó el doble de las fichas que tenía y la que tenía el dado rojo tomó 4 veces lo que tenía.
¿Es posible que quedaran 4 fichas sobre la mesa? Explica por qué.

4.- Escribe en cada casilla de la pirámide un número natural mayor que 1 de modo que:

- La casilla superior tenga escrito el número 10.497.600.
- El número escrito en cada casilla sea igual al producto de los números escritos en las dos casillas sobre las que está apoyada.



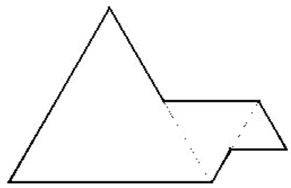
5.- Un hombre tomó una posada por treinta días, por el precio de un “denario” cada día. Este huésped no tenía dinero, sino cinco piezas de plata, que entre todas ellas valían treinta “denarios”. Con estas piezas pagaba cada día la posada y no le quedaba debiendo nada a la posadera, ni ella a él.
¿Puedes decir cuántos “denarios” valía cada pieza de plata y cómo se pagaba con ellas?

6.- En el triángulo isósceles *ABC* con *AB* = *AC*, *P* es el punto del lado *AB* tal que *AP* = *PC*. Si la bisectriz del ángulo *ABC* corta a *PC* en *O* de modo que *PO* = *BO*, hallar las medidas de los ángulos del triángulo *ABC*.

Olimpiada Juvenil de Matemática
Prueba Regional Octavo Grado

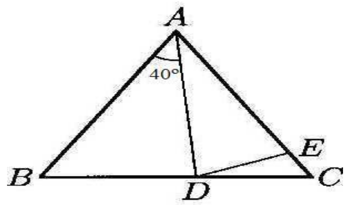
Problema 1.
Se define ***longitud de un número natural n*** al número de factores en la representación de **n** como producto de números primos. Por ejemplo, la longitud del número $90 = 2\cdot3\cdot3\cdot5$ es 4. ¿Cuáles son todos los números impares menores que 100 con longitud 3?
Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 2.
La figura que se muestra a la derecha está conformada por 3 triángulos equiláteros.
El triángulo grande tiene 48 cm de perímetro. El lado del triángulo mediano es la mitad del lado del triángulo grande. El lado del triángulo pequeño es la mitad del lado del triángulo mediano. ¿Cuál es el perímetro de la figura?
Explica cómo obtuviste tu respuesta



Problema 3.
Si definimos el “reverso” de un número entero de dos cifras como el número que se obtiene permutando las dos cifras que lo componen (por ejemplo, el “reverso” de 34 es 43), ¿cuáles son todos los números de dos cifras que sumados a su “reverso” dan un cuadrado perfecto?
Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 4.
En la siguiente figura, el ángulo BAD mide 40º, AB = AC y AD = AE.
¿Cuánto mide el ángulo CDE?
Explica cómo obtuviste tu respuesta



Problema 5.
Se tiene el siguiente tablero de números:

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Una “operación permitida” consiste en elegir una línea horizontal o una línea vertical y sumarle 1 a los tres números de la línea elegida o restarle 1 a los tres números de la línea elegida.

¿Es posible obtener el siguiente tablero a partir del dado inicialmente, mediante una secuencia de “operaciones permitidas”? Explique.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Problema 6.
Un gusano se desplaza verticalmente sobre un árbol. Cada día solamente puede subir o bajar. El primer día recorre 1 cm, el segundo día recorre 2 cm, el tercer día recorre 3 cm, y así sucesivamente, ¿será posible que después de 16 días el gusano se encuentre en el mismo lugar de donde partió?
Explica cómo obtuviste tu respuesta

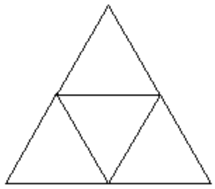
Valor de cada Problema: 10 puntos.
Tiempo: 2 horas y media.

Olimpiada Juvenil de Matemática

Prueba Regional Noveno Grado de Educación Básica

Problema 1.

Un triángulo equilátero es dividido en cuatro triángulos equiláteros más pequeños e iguales, como se muestra en la figura. Así, quedan determinados 9 segmentos que son los lados de los triángulos pequeños. Distribuye los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 en los lados de los triángulos pequeños, sin repeticiones, de manera que la suma, de los tres números correspondientes a los lados de cada triángulo pequeño, sea siempre la misma.



Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 2.

¿Cuántos números entre 1 y 2005 sólo utilizan dos dígitos diferentes al escribirlos? *(Por ejemplo, 1991 sólo utiliza dos dígitos diferentes: 1 y 9, así que cumple la condición, pero 1231 no la cumple porque utiliza tres dígitos diferentes: 1, 2 y 3).* Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 3.

En el número de seis dígitos 33**ab**2**b**, las letras **a** y **b** representan dígitos. ¿Cuáles son los valores de **a** y **b** si se sabe que el número de seis dígitos es divisible entre 275? Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 4.

Se tiene el siguiente tablero de números:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Una "operación permitida" consiste en elegir una línea horizontal o una línea vertical y sumarle 1 a los tres números de la línea elegida o restarle 1 a los tres números de la línea elegida.

¿Es posible obtener el siguiente tablero a partir del dado inicialmente, mediante una secuencia de "operaciones permitidas"? Explique.

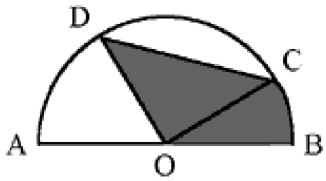
9	8	7
6	5	4
3	2	1

Problema 5.

Un gusano se desplaza verticalmente sobre un árbol. Cada día solamente puede subir o bajar. El primer día recorre 1 cm, el segundo día recorre 2 cm, el tercer segundo 3 cm, y así sucesivamente, ¿será posible que después de 17 días el gusano se encuentre en el mismo lugar de donde partió?

Problema 6.

En la figura, el arco AB es una semicircunferencia de radio OA, la medida del ángulo AOD es el doble de la medida del ángulo BOC, $\overline{CO}$ es perpendicular a $\overline{DO}$ y el área del triángulo OCD es 50 m^2 ¿Cuál es el área de la zona sombreada?



Valor de cada Problema: 10 puntos.
Tiempo: 2 horas y media.

Olimpiada Juvenil de Matemática
Prueba Regional – 29 de abril de 2005
Primer Año de Educación Media y Diversificada

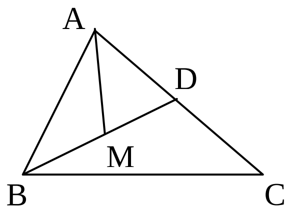
Problema 1.
Los números entre el 0 y el 2005 están acomodados en un arreglo de flechas. En la siguiente figura se muestra como inicia dicho arreglo:

0	→	1		3		6	→	7		9		12	→	13		15		
		↓	↗	↓		↑		↓	↗	↓		↑		↓	↗	↓		↑
		2		4	→	5		8		10	→	11		14		16	→	17

¿Cuál es la posición de las flechas entre el 2002 y el 2005? Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 2.
¿Cuáles son todos los posibles números de tres dígitos abc que hay que colocar al final del número 579 para que el número 579abc sea divisible entre 5, 7 y 9? Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 3.
En el triángulo ABC se tiene: BD es mediana del triángulo ABC y M es punto medio del segmento BD. Si el área del triángulo ABC es 30 cm^2, ¿cuál es el área del triángulo ABM?



Problema 4.
Determina todos los valores de **x** e **y** para los cuales $\mathbf{x \cdot y}$, $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{y}}$ y $\mathbf{x - y}$ tengan el mismo valor. Explica cómo obtuviste tu respuesta

Problema 5.
Para efectuar un sorteo, varias personas se colocan en círculo y se inicia el conteo "uno, DOS, uno, DOS,…" Todas las personas que dicen "DOS" se van saliendo del círculo, hasta que quede sólo una persona. Si hay 192 personas en el círculo inicial, ¿cuál era la posición de la persona que resulta elegida? *(La primera posición es la del primero que dijo "uno")*

Problema 6.
El tablero de un juego es el siguiente: ___ 5^9___5^8___5^7___5^6___5^5___5^4___5^3___5^2___5___1

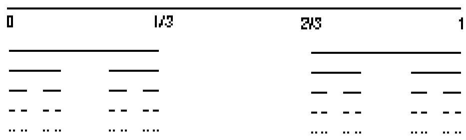
Alberto y Verónica, cada uno en su turno, colocan un signo "+" o un signo "□−", a su elección, en un espacio que aún no haya sido usado, antes de cada potencia. El juego termina cuando se han utilizado todos los espacios. Para determinar al ganador, se realiza la suma algebraica que queda indicada al completar todos los espacios. Si el resultado es múltiplo de 11, gana Verónica y, en caso contrario, gana Alberto.
Si Alberto comienza el juego, ¿cuál de los dos jugadores puede elaborar una *estrategia ganadora*, es decir, una estrategia de juego que le asegure ganar independientemente de lo bien o mal que juegue su oponente?

Valor de cada Problema: 10 puntos.
Tiempo: 2 horas y media.

Olimpiada Juvenil de Matemática
Prueba Regional Segundo Año de Educación Media y Diversificada

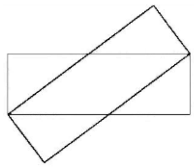
Problema 1.
Doce números enteros se escriben en fila. El cuarto número es 4 y el último es 12. Si se sabe que la suma de tres números colocados consecutivos, cualquiera de ellos, es 2005, ¿cuáles son los números?

Problema 2.
Un segmento de 1 cm de largo se corta de la siguiente manera: en el primer paso se corta el tercio del medio del segmento, en el segundo paso se corta el tercio del medio de cada uno de los segmentos restantes y así sucesivamente. ¿Exactamente a partir de cuál paso la suma de las longitudes de los segmentos restantes es menor que 0,1 cm?



Conjunto de Cantor

Problema 3.
Dos rectángulos congruentes de lados 3 cm y 9 cm aparecen dispuestos como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región común de los dos rectángulos?



Problema 4.
Para efectuar un sorteo, varias personas se colocan en círculo y se inicia el conteo “uno, DOS, uno, DOS,…” Todas las personas que dicen “DOS” se van saliendo del círculo, hasta que quede sólo una persona. Si hay 320 personas en el círculo inicial, ¿cuál era la posición de la persona que resulta elegida? *(La primera posición es la del primero que dijo “uno”)*

Problema 5.
El tablero de un juego es el siguiente: ___ 7^9___7^8___7^7___7^6___7^5___7^4___7^3___7^2___7___1

Alberto y Verónica, cada uno en su turno, colocan un signo "+" o un signo "□−", a su elección, en un espacio que aún no haya sido usado, antes de cada potencia. El juego termina cuando se han utilizado todos los espacios. Para determinar al ganador, se realiza la suma algebraica que queda indicada al completar todos los espacios. Si el resultado es múltiplo de 11, gana Verónica y, en caso contrario, gana Alberto.
Si Alberto comienza el juego, ¿cuál de los dos jugadores puede elaborar una *estrategia ganadora*, es decir, una estrategia de juego que le asegure ganar independientemente de lo bien o mal que juegue su oponente?

Problema 6.
Seis músicos participan en un festival. En cada concierto algunos de ellos tocan y otros escuchan. ¿Cuál es el menor número de conciertos que tienen que dar, de tal forma que cada músico escuche a todos los demás?

Valor de cada Problema: 10 puntos.
Tiempo: 2 horas y media.