

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional
27 de Mayo de 2006
Octavo Grado de Educación Básica

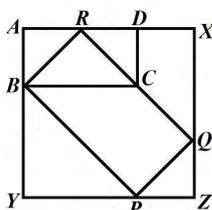
Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

Prob. 1 _____ Prob. 2 _____ Prob. 3 _____ Prob. 4 _____ Prob. 5 _____ Total: _____

Problema 1

En la figura, $AXZY$ es un cuadrado, $ABCD$ y $PQRB$ son rectángulos y $AR = RD$. Calcule $\frac{\text{área}(PQRB)}{\text{área}(ABCD)}$.



Problema 2

Los números 1, 2, ..., 100 se ponen en un tablero de 10×10 como sigue:

| | | | | |
|----|----|----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | ... | 10 |
| 11 | 12 | 13 | ... | 20 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 91 | 92 | 93 | ... | 100 |

Si escoges 10 números del tablero de tal forma que no haya dos de ellos en la misma fila y la misma columna, encuentra todas las posibles sumas de los números.

Problema 3

¿Cuántos enteros positivos n tienen la propiedad de que el mayor divisor (distinto de n) es 15 veces el divisor más pequeño (distinto de 1)?

Problema 4

La secuencia de dígitos 1, 2, 3, 4, 0, 9, 6, 9, 4, 8, 7, ... es construida de la siguiente manera: cada dígito, comenzando desde el que se encuentra en la quinta posición, es el último dígito de la suma de los cuatro dígitos que se encuentran antes que él. ¿Puede aparecer alguna vez la secuencia de dígitos 2, 0, 0, 6 (en ese orden) dentro de la secuencia anterior? Explique su respuesta.

Problema 5

En las casillas de un tablero de 5×5 deseamos colocar fichas (a lo más una por casilla) de tal forma que no se encuentren 4 fichas formando un rectángulo con lados paralelos a los lados del tablero. Determina la cantidad máxima de fichas que se puedan usar para que sea posible tal construcción y explica por qué la cantidad que indicas es la máxima.

Valor de cada problema: 6 puntos

Tiempo: 3 horas