

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional
27 de Mayo de 2006
9º Grado de Educación Básica

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

Prob. 1 _____ Prob. 2 _____ Prob. 3 _____ Prob. 4 _____ Prob. 5 _____ Total: _____

Problema 1 Encuentre el menor entero positivo n tal que la suma $n + 2n + 3n + 4n + 5n + 6n + 7n + 8n + 9n$, es igual a un número que tienes todas sus cifras iguales.

Problema 2 Supongamos que $a + b + c = 0$. ¿Es cierto que $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$? Justifique su respuesta.

Problema 3 Sea ABC un triángulo, D el punto medio de \overline{BC} . Consideremos un punto E sobre \overline{AC} tal que $BE = 2AD$. Sea F el punto de intersección de \overline{AD} y \overline{BE} . Calcular las medidas de los ángulos del triángulo FEA , si sabemos que $med(\widehat{DAC}) = 60^\circ$

Problema 4 Un grupo de amigos se llaman por teléfono a diario para intercambiar chismes del colegio. Cada dos cualesquiera de ellos hablan por teléfono entre sí, exactamente una vez al día. Cierta día, cada uno de ellos llamó al menos a uno de sus amigos. ¿Habrá tres amigos tales que el primero llamó al segundo, el segundo llamó al tercero y el tercero llamó al primero? Justifica tu respuesta.

Problema 5 Consideremos un trapecio $ABCD$ con AB su base mayor y CD su base menor. Sea P el punto medio de CD . Sobre el lado AB tomemos dos puntos R y S , tales que $AR = RS = SB$ y los segmentos CS y AD son paralelos. Sea O el punto medio de CS . La recta AO intersecta a DR en M , a PS en N y a CB en Q . Si el segmento AO mide 5cm , ¿cuánto mide el segmento MN ?

Valor de cada problema: 6 puntos

Tiempo: 3 horas