

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional

27 de Abril de 2006

Primer Año de Educación Media y Diversificada

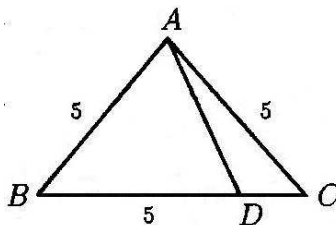
Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

Prob. 1 _____ Prob. 2 _____ Prob. 3 _____ Prob. 4 _____ Prob. 5 _____ Total: _____

Problema 1

En el triángulo ABC se cumple que: $AB = CA = BD = 5$ cm y $AD = \sqrt{10}$ cm. ¿Cuánto mide \overline{DC} ?



Problema 2

La ecuación de segundo grado $ax^2 + bx - 3 = 0$, tiene al número -1 como una de sus raíces. Si los coeficientes a y b son números primos positivos, ¿cuál es el valor de $a^2 + b^2$?

Problema 3

Encuentre *todos* los valores enteros positivos de x para los que se cumple que $\frac{x + 99}{x + 19}$ es un número entero.

Problema 4

Un tablero de 3×3 está ocupado al inicio por ceros. Se puede elegir cualquier subtablero de 2×2 e incrementar todos los números en 1. Este proceso se puede repetir varias veces. ¿Puedes con este procedimiento llegar al siguiente tablero? Justifica tu respuesta.

4	9	5
10	18	12
6	13	7

Problema 5

María e Ingrid se alternan seleccionando un dígito entre los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 hasta formar un número de tres dígitos. Los dígitos no se pueden repetir, es decir, si María escoge, por ejemplo, el 4, Ingrid ya no lo podrá utilizar. María gana si el número formado es divisible entre 3 y pierde si no lo es. Si María inicia el juego, ¿puede establecer una estrategia para estar segura de ganar? Justifica tu respuesta.

Valor de cada problema: 6 puntos

Tiempo: 2 horas y media