

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Nacional

9 de Junio de 2007

Segundo Año de Diversificado

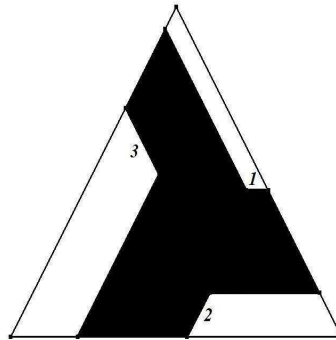
Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

Prob. 1 _____ Prob. 2 _____ Prob. 3 _____ Prob. 4 _____ Prob. 5 _____ Total: _____

Problema 1

El polígono sombreado, en negro, que se muestra en la figura ha sido construido a partir de un triángulo equilátero de lado 12 removiendo las regiones que están sin sombreado. Cada uno de los lados del polígono sombreado son paralelos a algún lado del triángulo. Tres de los lados del polígono miden 1, 2 y 3 como se muestra. Calcula el perímetro del polígono justificando tu respuesta.



Problema 2

Se sabe que cierto entero positivo n tiene 2 divisores positivos, mientras que $n + 1$ tiene 3 divisores positivos. ¿Cuántos divisores positivos tiene $n + 2$? Justifica tu respuesta.

Problema 3

Encuentra todas las parejas de números primos p y q tales que $p^2 + q$ y $p^3 + q^2$ sean primos. Explica tu respuesta.

Problema 4

Demuestra que

$$\sqrt[3]{1 - 27\sqrt[3]{26} + 9\sqrt[3]{26^2} + \sqrt[3]{26}}$$

es un número entero y calcúlalo.

Problema 5

Sean x, y, z enteros positivos tales que $x + yz = 82$ e $y + zx = 62$. ¿Qué valores puede tomar la expresión $z + xy$? Justifica tu respuesta.

Valor de cada problema: 6 puntos

Tiempo: 3 horas