

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Regional
28 de Abril de 2007
Segundo Año de Diversificado

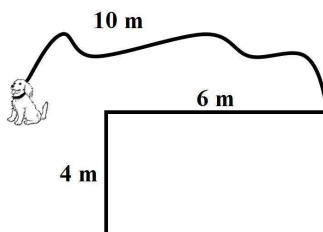
Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

Prob. 1 _____ Prob. 2 _____ Prob. 3 _____ Prob. 4 _____ Prob. 5 _____ Total: _____

Problema 1

Una cuerda de 10 metros es anudada a la esquina de una casa de borde rectangular cuyas dimensiones están indicadas en la figura y un perro es atado al otro extremo de la cuerda. Calcula el área, en metros cuadrados, de la región en la que puede estar el perro. Justifica tu respuesta.



Problema 2

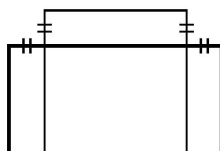
Sea $S = (x + 20) + (x + 21) + (x + 22) + \dots + (x + 100)$, donde x es un entero positivo. Halle el menor valor de x para el que S es un cuadrado perfecto. Justifica tu respuesta.

Problema 3

En una sucesión, los primeros tres elementos son 1, 2 y 3. Todos los demás elementos, es decir, desde el cuarto elemento en adelante, son calculados utilizando los tres elementos anteriores a él de la siguiente forma: se suman el primero y el segundo y luego se resta el tercero de ellos. Para ejemplificar, se muestran algunos elementos más de dicha sucesión: 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7, ... ¿Cuál es el elemento número 2007 de la sucesión? Justifica tu respuesta.

Problema 4

El diagrama muestra a un cuadrado y a un rectángulo. Si la longitud de los cuatro segmentos marcados es 1 y el área del rectángulo es igual al área del cuadrado, ¿cuál es la longitud del lado más largo del rectángulo? Justifica tu respuesta.



Problema 5

Demuestra que

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$$

Valor de cada problema: 6 puntos

Tiempo: 3 horas