



Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional
21 de Junio de 2008
Primer Año de Diversificado

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

Prob. 1 _____ Prob. 2 _____ Prob. 3 _____ Prob. 4 _____ Total: _____

Problema 1

El número 916238457 es un ejemplo de un número de nueve dígitos que contiene cada dígito del 1 al 9 exactamente una vez y cumple con la propiedad de que los dígitos del 1 al 5 aparecen en el orden natural creciente, mientras que los dígitos del 1 al 6 no. ¿Cuántos números existen con estas mismas características?

Problema 2

Sea n un número natural. Diremos que un dígito k es un *unidivisor* de n si es la cifra de las unidades de algún divisor de n . Por ejemplo, los divisores de 50 son 1, 2, 5, 10, 25 y 50, por tanto, sus *unidivisores* son 0, 1, 2 y 5.

- (a) Encuentra un número natural n que tenga exactamente 9 *unidivisores*.
- (b) Explica por qué un número que tenga a 0 y a 9 como *unidivisores* tiene al menos cuatro *unidivisores* más.

Problema 3

Un hexágono $ABCDEF$ tiene las siguientes propiedades:

- (a) Las diagonales AC , CE y EA tienen la misma longitud $\sqrt{65}$.
- (b) Los ángulos ABC y CDE son rectos.
- (c) Las longitudes de los lados del hexágono son seis números enteros diferentes.

Calcula el menor valor posible del perímetro del hexágono.

Problema 4

En una reunión hay 21 personas, cada una de las cuales conoce al menos a 7 y a lo sumo a 9 de las demás. Explica por qué podemos asegurar que en dicha reunión debe haber al menos una persona que conoce a exactamente a 8 de las demás.

Valor de cada problema: 5 puntos

Tiempo: $3\frac{1}{4}$ horas

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas

UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos, Caracas 1020. Venezuela

RIF: J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. email asomatemat8@gmail.com
