

*Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas*  
**ACM**

---

**OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA**

Prueba Nacional  
6 de junio de 2009  
Primer Año de Diversificado

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ N° de Cédula: \_\_\_\_\_

Instituto: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_ Ciudad: \_\_\_\_\_

Prob. 1 \_\_\_\_\_ Prob. 2 \_\_\_\_\_ Prob. 3 \_\_\_\_\_ Prob. 4 \_\_\_\_\_ Total: \_\_\_\_\_

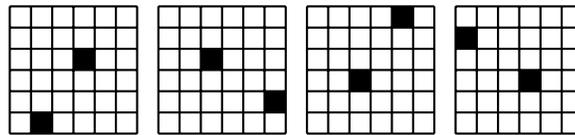
**Problema 1**

Halle todas las cuaternas de enteros positivos  $(a, k, m, n)$  tales que  $a^k = a^m + a^n$ .

**Problema 2.** Una sucesión de números reales  $a_1, a_2, a_3, \dots$  satisface la relación  $(n + 2)a_{n+1} = na_n$  para todo entero positivo  $n$ . Si  $a_1 = 1005$ , ¿cuál es el valor de  $a_{2009}$ ?

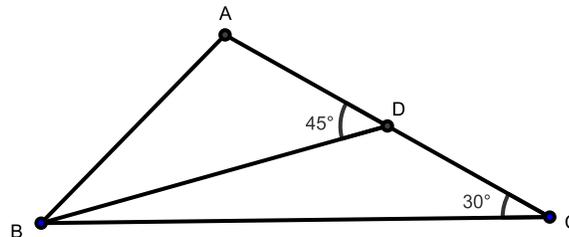
**Problema 3**

Juana tiene un tablero blanco de  $6 \times 6$  y desea pintarle dos casillas de negro. Dos coloraciones que difieran en una rotación se consideran equivalentes, por ejemplo, las cuatro coloraciones que se ilustran en la figura son todas equivalentes:



¿De cuántas maneras *no equivalentes* puede Juana pintar su tablero?

**Problema 4.**  $BD$  es mediana del triángulo  $ABC$ . El ángulo  $ACB$  mide  $30^\circ$  y el ángulo  $ADB$  mide  $45^\circ$ . ¿Cuánto mide el ángulo  $ABD$ ?



Valor de cada problema: 5 puntos

Duración de la prueba: 3 horas 15 minutos

**Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas**

UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos, Caracas 1020. Venezuela  
RIF: J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. email [asomatemat8@gmail.com](mailto:asomatemat8@gmail.com)