

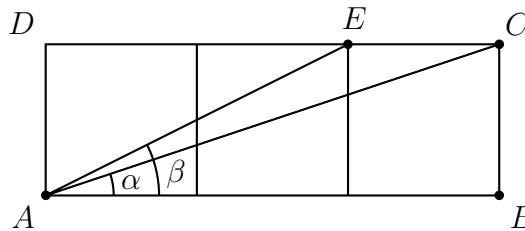
OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — 26 de junio de 2010
Quinto Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____
Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____
Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____
(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Problema 1. María escribe números naturales de tres cifras tales que la cifra central sea mayor que la suma de las otras dos, por ejemplo 273 y 494. ¿Cuántos números diferentes podrá escribir María, como máximo?

Problema 2. Con los cuatro números reales a, b, c y d , donde $a < b < c < d$, se pueden formar 6 parejas. Si cada pareja tiene suma distinta y las cuatro sumas más pequeñas son 1, 2, 3 y 4, ¿cuáles son todos los posibles valores del número d ?

Problema 3. La figura muestra un rectángulo $ABCD$ dividido en tres cuadrados iguales, y los ángulos $\alpha = \angle BAC$ y $\beta = \angle BAE$. Halle el valor exacto, en grados, de $\alpha + \beta$.



Problema 4. Si x es un número real positivo, se denota con $[x]$ la *parte entera* de x (el mayor entero que no supera a x) y con $\{x\}$ la *parte fraccionaria* de x , es decir $\{x\} = x - [x]$. Por ejemplo, si $x = 2,47$ entonces $[x] = 2$ y $\{x\} = 0,47$. Halle un número real positivo x tal que la secuencia $\{x\}, [x], x$ esté en progresión geométrica.

Es muy importante que justifique completamente cada respuesta dada a los problemas de esta prueba.

Valor de cada problema: 5 puntos

Duración de la prueba: 3 horas 15 minutos