Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPÍADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional - 08 de mayo de 2010
Cuarto Año de Enseñanza Media

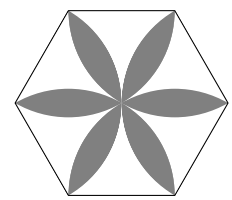
Apellidos y Nombres:____________________ **Nº de Cédula:**__________

Teléfono(s):__________ **Dirección de correo electrónico:**_______________

Instituto:__________________ **Sección:**___ **Ciudad:**____________

(No escriba en esta línea) Puntos: 1___ **2** ___ **3** ___ **4** ___ **5** ___ **Total:**_____

Problema 1



Con centro en cada vértice V de un hexágono regular de radio 1 se traza un arco de circunferencia que conecta los dos vértices adyacentes a V. Calcule el área de la "flor" de seis pétalos que se forma.

Problema 2

En una pecera viven unos pequeños seres llamados *bupis*, y un pez que se alimenta de ellos, comiendo 30 bupis cada día. Al finalizar cada día, si hay menos de 100 bupis éstos se reproducen, engendrando cada uno de ellos otro idéntico, doblando así su número total. Si hay 100 o más bupis no hay reproducción, tal vez por falta de espacio. Suponga que inicialmente hay 97 bupis. Durante el primer día el pez se come 30, dejando 67, que se reproducen y llegan a 134. El segundo día el pez se come 30 y quedan 104 (no se reproducen pues $104 \geq 100$). El tercer día los 104 se reducen a 74, se reproducen y quedan 148. Continuando de esta manera, ¿cuántos bupìs habrá al finalizar el día número 1000?

Problema 3

Ana y Bernardo juegan de la siguiente manera: Ana comienza diciendo un número entero del 1 al 10. Bernardo debe responder diciendo un número que sea mayor o igual que el doble y menor o igual que el triple del que dijo Ana. Ana a su vez debe responder con un número que sea mayor o igual que el doble y menor o igual que el triple del que dijo Bernardo, y así sucesivamente. Gana el que primero diga un número mayor que 100. Muestre que Ana siempre puede ganar este juego.

Problema 4

(a) Pruebe la igualdad $\dfrac{n^2}{(n-1)(n+1)} = 1 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n-1} - \dfrac{1}{n+1}\right)$.

(b) Calcule el valor exacto de $\dfrac{2^2}{1\cdot 3} + \dfrac{3^2}{2\cdot 4} + \dfrac{4^2}{3\cdot 5} + \cdots + \dfrac{2010^2}{2009\cdot 2011}$.

Problema 5

En un triángulo ABC, el ángulo B mide $20°$ y el ángulo C mide $40°$. La longitud de la bisectriz trazada desde el vértice A es 2. Halle $BC - AB$.

Valor de cada problema: 6 puntos
Duración de la prueba: 3 horas

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
UCV. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Ofic. 331. Los Chaguaramos, Caracas 1020. Venezuela
RIF: J-30755794-0. Telefax 212 605 1512. email asomatemat8@gmail.com