

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Caracas, 11 de junio de 2011
Tercer Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

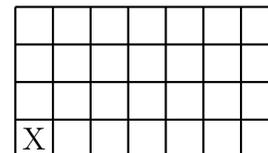
Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Problema 1. Halle todos los números formados por los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, en algún orden, tales que el número formado por los dos primeros dígitos (de izquierda a derecha) es divisible entre 2, el formado por el segundo y el tercer dígitos es divisible entre 3, y así sucesivamente hasta que el formado por el octavo y el noveno dígitos es divisible entre 9.

Problema 2. El *promedio de bateo* de un beisbolista se calcula como el número de *hits* obtenidos dividido entre el número de turnos al bate y multiplicado por 1000. Por ejemplo, si en 10 turnos bateó 3 *hits*, el promedio de bateo es 300. Supongamos que en cierto momento de la temporada el promedio de un beisbolista es menor que 250 pero que más adelante es mayor que 250, ¿puede afirmarse que en algún momento fue *exactamente* 250? Y a la inversa, si en cierto momento el promedio es mayor que 250 y más adelante es menor que 250, ¿fue en algún momento *exactamente* 250?

Problema 3. Una barra de chocolate tiene forma de cuadrícula de 4×7 , con un cuadrado en una esquina marcado con X. Andrés y Berta juegan de la siguiente manera: cada uno en su turno, comenzando por Andrés, debe partir la barra en dos por una de las líneas rectas de la cuadrícula, comerse el trozo que no contiene a la X y pasarle lo que queda al otro jugador.



El que no pueda partir la barra (lo que ocurrirá cuando reciba solamente un cuadrado) pierde el juego. Determine si alguno de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora, y explique cuál es.

Nota: una *estrategia ganadora* es un método de juego que asegura la victoria del que lo aplica, juegue lo que juegue su adversario.

Problema 4. Sean $ABCD$ un rectángulo, E el punto medio del lado CD , F y G puntos en el lado AB tales que $AF = FG = GB$, H y K los puntos de intersección de la diagonal AC con EF y EG , respectivamente. (a) Calcule $\frac{HC}{AH}$ y $\frac{AK}{KC}$. (b) Calcule $\frac{HK}{AC}$. (c) Calcule $\frac{\text{área del triángulo } EHK}{\text{área del rectángulo } ABCD}$.

Es muy importante que justifique completamente cada respuesta dada a los problemas de esta prueba.

Valor de cada problema: 7 puntos

Duración de la prueba: 3 horas y media