

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — Caracas, 11 de junio de 2011
Quinto Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

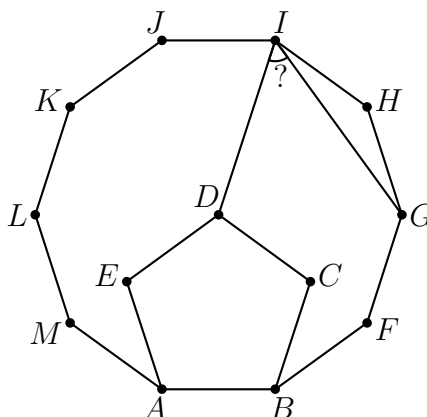
Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Problema 1. Halle todos los primos $p \geq 2$ tales que $11p - 8$ es un cubo perfecto.

Problema 2. En la figura de la derecha $ABCDE$ es un pentágono regular y $ABFGHIJKLM$ es un decágono regular.

- (a) Pruebe que D es el centro del decágono,
- (b) Calcule la medida del ángulo $\angle DIG$.



Problema 3. Cada entero positivo $(1, 2, 3, \dots)$ se pinta de amarillo, azul o rojo, de modo que haya al menos un número de cada color. ¿Es posible hacer esto de manera que, para cada par de números de diferente color, su suma sea del color diferente al de ambos sumandos?

Problema 4. Cada uno de los miembros de la familia de Luis tomó café con leche en el desayuno. Todos tomaron igual cantidad, aunque la proporción de café y leche variaba en cada taza. Si Luis tomó un cuarto del total de la leche y un sexto del total del café,

- (a) ¿Cuántos miembros hay en la familia de Luis?
- (b) ¿En promedio, cuál era el porcentaje de leche en el café con leche?

Es muy importante que justifique completamente cada respuesta dada a los problemas de esta prueba.

Valor de cada problema: 7 puntos
Duración de la prueba: 3 horas y media