

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional - 05 de mayo de 2012
Cuarto Año de Educación Media General

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Teléfono(s): _____ Dirección de correo electrónico: _____

Instituto: _____ Sección: _____ Ciudad: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1

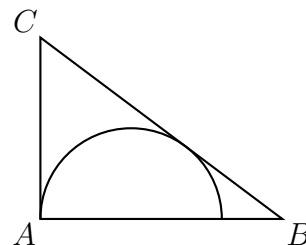
Un entero positivo es *fino* si es par, tiene cuatro dígitos y el número formado por los dos primeros dígitos es igual a cinco veces el número formado por los dos últimos dígitos. Ejemplo: 7014 es fino.

- a) Halle el máximo común divisor de todos los números finos.
- b) Halle el mínimo común múltiplo de todos los números finos.

Problema 2

El triángulo ABC es rectángulo en A , $AB = 8$ cm y $AC = 6$ cm.

¿Cuál es el radio de la semicircunferencia cuyo diámetro se apoya en AB y que es tangente a los otros dos lados del triángulo ABC ?



Problema 3

Ayer y hoy han estado jugando en el parque un grupo de niñas y niños. Ayer la relación de niñas a niños era de 2 : 3. Hoy, el número de niños es el cuadrado del número de niñas y además hay 6 niños y 7 niñas menos que ayer. Contando a los niños y a las niñas, ¿cuántos estuvieron jugando ayer?

Problema 4

Se tienen doce pelotas numeradas del 1 al 12. Cada una se colorea con verde o azul de tal manera que se satisfacen las dos condiciones siguientes:

- (a) si dos pelotas marcadas a y b son azules y $a + b < 13$, entonces la bola $a + b$ es azul.
- (b) si dos pelotas marcadas a y b son verdes y $a + b < 13$, entonces la bola $a + b$ es verde.

¿De cuántas maneras distintas se pueden pintar las pelotas?

Problema 5

Resuelva la ecuación:

$$\log_2(10x) + \log_4(100x) + \log_8(1000x) - 2\log_{64}(x) = 9.$$